

## BÜTÜNLEŞİK ENVANTER YÖNETİMİ VE GÜZERGAH BELİRLEME PROBLEMİ

**Özlem Pınar**

*ASELSAN A.Ő., 06172, Ankara*

**Haldun Süral**

*Orta Dođu Teknik Üniversitesi, Endüstri Mühendisliđi Bölümü, 06531, Ankara*

**Özet:** Bu çalışmada, bir tedarikçi ve müşterilerinden oluşan bir dağıtım sistemi incelenmektedir. Tedarikçi, ürünleri bir araçla ve belli bir taşıma maliyetiyle müşterilerine dağıtır (kapasite kısıtlı güzergah belirleme problemi). Taraflar talebi zamanında karşılamak amacıyla envanter taşır, böylece bir stok maliyeti ortaya çıkar (envanter yönetimi). Ayrıca her müşteri için önceden belirlenmiş bir taban ve tavan envanter seviyesi bulunmaktadır. Müşterinin envanteri taban seviyesinin altına düşmeden bir ziyaret gerçekleştirilmeli ve tedarikçinin ziyaret sırasında bırakacağı ürün miktarı, envanteri tavan seviyesine çekmelidir. Problem, hangi dönemde, hangi müşterilerin, hangi sırayla ziyaret edileceğine ve bu ziyaretlerde bırakılacak ürün miktarına, taşıma maliyeti ve envanter tutma maliyeti toplamını enazlayarak karar verilmesi problemidir. Bu problemin çözümü zor olduğu için, bu çalışmada, “sabit tur” ve “alt tur eleme” esasına dayanan iki sezgisel yöntem önerilmektedir.

**Anahtar Kelimeler:** *Envanter Yönetimi, Güzergah Belirleme Problemi, Sezgisel Yöntem*

### AN INTEGRATED APPROACH TO INVENTORY ROUTING PROBLEM

**Abstract:** In this study, a system composed of a supplier and several retailers is considered. The supplier distributes a product to the retailers with a capacitated vehicle and a transportation cost is incurred (vehicle routing problem). Both the supplier and the retailers hold inventory to be able to meet the demand on time (inventory management problem). Each retailer has a predetermined minimum and maximum inventory level. Each retailer must be visited before its inventory reaches the minimum level. During a visit, the amount for the difference between the on-hand inventory and the maximum level is delivered. The problem is to determine which customers to visit at each period, the amount of product to be delivered at each visit, and the route of the vehicle while minimizing the inventory cost at the retailers and the supplier and the transportation cost. Since this problem is hard to solve, two heuristic methods depending on “fixed tour” and “subtour elimination” principles are proposed in this study.

**Keywords:** *Inventory Management, Vehicle Routing Problem, Heuristics*

#### 1. Giriş

Envanter Yönetimi ve Güzergah Belirleme Problemleri hem ayrı ayrı hem de bütünleşik olarak (bkz. Federgruen ve Simchi-Levi, 1995) sıklıkla çalışılmıştır. Bu çalışmanın amacı, literatürde çok az çalışılmış, çok dönemli, deterministik, dinamik talepli ve kapasite kısıtlı Bütünleşik Envanter Yönetimi ve Güzergah Belirleme Problemini (BEYGBP) matematiksel bir modelle formüle etmek ve çözmektir.

Bölüm 2’de bütünleşik problemin tanımı ve tam sayılı matematiksel modeli verilmiştir. Çözümü oldukça zor BEYGBP için yaklaşık çözümleri makul sürelerde bulmak amacıyla geliştirilen sezgisel yöntemler Bölüm 3’te anlatılmaktadır. Sonuçlar Bölüm 4’te yer almaktadır.

#### 2. Problem Tanımı ve Tam Sayılı Matematiksel Modeli

BEYGBP, bir tedarikçi ve onun müşterilerinden oluşan bir dağıtım sistemi için incelenebilir. Temel olarak, problem, önceden belirlenmiş bir zaman ufkunda kendilerine gelecek dönemlik talepleri bilinen müşterilere, bir tedarikçi tarafından yapılacak dağıtımın planlanmasıdır. Bertazzi, Paletta ve Speranza (2002) tarafından incelenen böyle bir problemde, tedarikçinin her dönem dağıtabileceği ürün miktarı, tedarikçinin sunum kapasitesi ve dağıtım aracının kapasitesiyle sınırlıdır. Her iki taraf da talebin zamanında karşılanabilmesi için envanter tutmaktadır. Ancak, müşterilerin tuttuğu envanter, daha önceden belirlenmiş taban ve tavan seviyelerine göre yönetilir. Buna göre, bir müşteri, envanteri taban seviyesinin altına düşmeden önce tedarikçi tarafından ziyaret edilmeli ve bu ziyarette dağıtılan ürün miktarı müşterinin envanterini tavan seviyesine çekmelidir. Envanter seviyeleri dönem başlarında dikkate alınır. Problem, araç kapasitesi, müşteriler ve tedarikçideki envanter seviyeleri ile ilgili kısıtlar karşılanırken, zaman ufku boyunca hangi dönemde, hangi müşterilerin, hangi sırayla ziyaret edileceğine

ve bu ziyaretlerde bırakılacak ürün miktarına, tedarikçideki ve müşterilerin envanter tutma ve taşıma maliyetleri toplamını enazlayacak şekilde karar verilmesi problemidir. Problem için geliştirilen karışık tam sayılı programlama modeli aşağıda verilmiştir.

Modelde kullanılan parametreler ve karar değişkenleri:

## 2.1 İndeksler

$i, j$  : Müşteri ( $i, j = 1, 2, \dots, n$ )  
 $t$  : Dönem ( $t = 1, 2, \dots, T+1$ )

## 2.2 Karar Değişkenleri

$X_t^i$  :  $i$  müşterisine  $t$  döneminde bırakılan ürün miktarı  
 $I_t^i$  :  $t$  döneminin başında  $i$  müşterisinde taşınan envanter miktarı  
 $Is_t$  :  $t$  döneminin başında tedarikçide taşınan envanter miktarı  
 $y_t^i$  :  $\begin{cases} 1, \text{ eğer } i \text{ müşterisi } t \text{ döneminde ziyaret ediliyorsa} \\ 0, \text{ aksi halde} \end{cases}$   
 $z_t^{ij}$  :  $\begin{cases} 1, \text{ eğer } t \text{ döneminde } j \text{ müşterisi, } i' \text{ den hemen sonra ziyaret ediliyorsa} \\ 0, \text{ aksi halde} \end{cases}$   
 $u_t^i$  : alt tur eleme kısıtı için serbest değişken

## 2.3 Parametreler

$h^i$  :  $i$  müşterisinin ürün başına bir dönem envanter taşıma maliyeti  
 $hs$  : tedarikçinin ürün başına bir dönem envanter taşıma maliyeti  
 $c^{ij}$  :  $j$  müşterisi,  $i$ ' den hemen sonra ziyaret edildiğinde oluşacak taşıma maliyeti  
 $d_t^i$  :  $i$  müşterisinden  $t$  döneminde talep edilen ürün miktarı  
 $C$  : araç kapasitesi  
 $\bar{S}^i$  :  $i$  müşterisinin tavan envanter seviyesi  
 $\underline{S}^i$  :  $i$  müşterisinin taban envanter seviyesi  
 $a_t$  : tedarikçide  $t$  döneminde kullanılabilir ürün miktarı

## 2.4 Model

$$\text{Minimize } \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^{T+1} h^i I_t^i + \sum_{t=1}^{T+1} hs Is_t + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{t=1}^T c^{ij} z_t^{ij} \quad (0)$$

Subject to

$$I_{t-1}^i + X_{t-1}^i = d_{t-1}^i + I_t^i \quad \forall i, t \quad (1)$$

$$X_t^i \leq M y_t^i \quad \forall i, t \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n X_t^i \leq \text{Min}\{C, Is_t\} \quad \forall t \quad (3)$$

$$I_t^i + X_t^i \leq \bar{S}^i \quad \forall i, t \quad (4)$$

$$I_t^i \geq \underline{S}^i \quad \forall i, t \quad (5)$$

$$-X_t^i + \bar{S}^i - I_t^i \leq M(1 - y_t^i) \quad \forall i, t \quad (6)$$

$$Is_{t-1} + a_{t-1} = \sum_{i=1}^n X_{t-1}^i + Is_t \quad \forall t \quad (7)$$

$$\sum_{j=1}^n z_t^{ji} = y_t^i \quad \forall i, t \quad (8)$$

$$\sum_{j=1}^n z_t^{ij} = y_t^j \quad \forall i, t \quad (9)$$

$$u_t^i - u_t^j + C * z_t^{ij} \leq C - X_t^j \quad i, j = 2, \dots, n; i \neq j; \forall t \quad (10)$$

$$X_t^i \leq u_t^i \leq C \quad i = 2, \dots, n, \forall t \quad (11)$$

$$X_t^i, I_t^i, I_s^i \geq 0 \quad \forall i, t \quad (12)$$

$$y_t^i, z_t^j \in \{0,1\} \quad \forall i, j, t \quad (13)$$

$$X_{T+1}^i = 0, y_{T+1}^i = 0, z_{T+1}^j = 0 \quad \forall i, j \quad (14)$$

Bu modelde, amaç fonksiyonu (0), müşterilerin ve tedarikçinin stok ve taşıma maliyetleri toplamını en azlamaktadır. Kısıt (1) ile müşterilerin dönemsel ürün akışı dengesi sağlanır. Kısıt (2), bir müşteriye ziyaret etmeden ona ürün dağıtımını yapılamayacağını garanti eder. Kısıt (3), bir dönemde müşterilere dağıtılacak toplam ürün miktarının, araç kapasitesini ve tedarikçinin envanter seviyesini geçmemesini sağlar. Kısıt (4) ile bir müşterinin dönem başında taşıdığı envanter ve aynı dönemde bu müşteriye bırakılacak ürün miktarları toplamının, onun tavan envanter seviyesini geçmemesi sağlanır. Kısıt (5), müşteride dönem başında taşınan envanterin, onun taban envanter seviyesinin altına düşmemesini sağlar. Kısıt (4) ve (6)'yla, her müşteriye her dönemde bırakılacak ürün miktarının, müşterinin envanter seviyesini tavan seviyesine çekmesi sağlanır. Kısıt (7) ile tedarikçinin dönemsel ürün akışı dengesi sağlanır. Kısıt (8), bir müşterinin, ziyaret edildiği döneme ait güzergahta başka bir müşteriden sonra yer almasını garanti eder. Benzer şekilde, bir dönemde ziyaret edilen bir müşterinin, o döneme ait güzergahta başka bir müşteriden önce yer almasını Kısıt (9) sağlar. Kısıt (10), Miller, Tucker ve Zemlin (1960) tarafından gezgin satıcı problemi için geliştirilmiş ve bir güzergah için oluşabilecek alt turları engelleyen kısıtların problemimize uyarlanmasıdır.

### 3. Sezgisel Yöntem

BEYGBP için yukarıda verilen modelin çözümü, oldukça uzun bir zaman gerektireceğinden yaklaşık çözümleri makul bir sürede bulmak amacıyla geliştirilen iki sezgisel yöntem bu bölümde tartışılacaktır. İlk yöntem, her dönem kararlaştırılması gereken ve optimal çözümü zor güzergah belirleme problemini, sadece bir kez çözerek bulunan turun "sabitlenmesine" dayanan "Sabit Tur" sezgisel yöntemidir. Bu yöntemin ilk adımında, dağıtım sistemindeki bütün müşterileri ziyaret eden ve enaz taşıma maliyetine sahip bir güzergah belirlenir. Sonraki adımda, bu güzergahla müşterilere uğrama (öncelik) sırası sabitlenir. Sonraki adımlarda, herhangi bir dönemde, hangi müşteri grubunun ziyaret edileceğine ve bunlara dağıtılacak ürün miktarına karar verildiğinde, bu müşteriler daha önce sabitlenmiş öncelik sırasına göre ziyaret edilecektir.

İkinci sezgisel yöntem, yukarıda verilen tam sayılı modelin, modeldeki alt tur eleme kısıtlarının Lagrange gevşetimi yoluyla çözümüne dayanır. Lagrange gevşetimi, probleme ayrıca alt sınır belirlemek amacıyla da uygulanır.

### 4. Sonuçlar

Bu çalışmada, Bütünleşik Envanter Yönetimi ve Güzergah Belirleme Problemi için matematiksel bir model geliştirilmiş, problemin yaklaşık çözümünü makul sürelerde bulmak amacıyla iki sezgisel yöntem önerilmiştir. Ayrıca, sezgisel yöntemlerin performans testlerinde kullanmak amacıyla, alt sınırların Lagrange gevşetimine dayanarak bulunmasına ilişkin bir yöntem yer verilmiştir. Ancak, önerilen yöntemlerin performansını ölçmeye yönelik bilgisayar ortamında yapılan sayısal deneylere ilişkin sonuçlar bildiri sunuşunda tartışılacaktır.

### Kaynaklar

**Bertazzi, L., Paletta, G., Speranza, M. G.**, Deterministic Order-Up-To Level Policies in an Inventory Routing Problem, *Transportation Science*, 36(1), 119-132, 2002.

**Federgruen, A. ve Simchi-Levi, D.**, Analysis of Vehicle Routing and Inventory Routing Problems: **M.O. Ball ve diğerleri** (Editör), *Network Routing (Elsevier Science)*, Bölüm 4, 1995.

**Miller, C.E., Tucker, A.W., Zemlin, R.A.**, Integer Programming Formulations and Traveling Salesman Problems, *Journal of the Association for Computing Machinery*, 7, 326-329, 1960.