TOPAKLAMA YÖNTEMLERİ İLE ÇÖZÜLEN YER SEÇİMİ PROBLEMLERİNDE TALEP DEĞİŞKENİNİN UYARLANMASI

Kerem Can Özkısacık
Peppers and Rogers Group, Analitik Hizmetler, 34718, İstanbul.

Necati Aras, İ. Kuban Altınel
Boğaziçi Üniversitesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, 34342, İstanbul.

Özet: Topak çözümlemesinde karşımıza çıkan problem formülasyonunun belirli bir sınıf yer seçimi probleminde de benzer şekilde ifade edildiği gözlemlenmiştir. Weber problemi olarak da bilinen bu tip konveks olmayan sürekli yer seçimi problemlerinde belirli sayıdaki tesislerin düzlemdeki konumlarının aranarak her şehir ve ona hizmet veren tesis arasındaki mesafenin şehrin talebi ile ağırlıklandırılması sonucu oluşan toplam amaç fonksiyonun enküçüklenmesi gerçekleştirilmektedir. Son yıllarda bu problemi çözmek amacıyla Vektör Nicemleme, Kohonen Tipi Yapay Sinir Ağları gibi yöntemler sıklıkla kullanılmıştır. Ancak yer seçimi problemi tanımında bulunan talep değerinin yöntemlere uygun bir şekilde bağdaştırılması gerekmektedir. Daha önceki çalışmalarda talep değeri benzetim modeli kullanılarak uyarlanmıştır. Bu çalışmada ise konu ile ilgili yayımlarda yer alan çalışmaların dışında, talep değişkeninin azalan gradyan yöntemi uyarınca güncelleme sürecine dahil edilmesi ve böylece daha etkin bir uyarlama yapılması önerilmektedir.

Anahtar Kelimeler: Yer Seçimi Problemi, Topak Çözümlemesi, Kohonen Tipi Ağlar.

1. Giriş

Deterministik yer seçimi problemlerinde konumları sabitlenmiş müşterilerin mevcut durumda sayıları bilinen ancak yerleri bilinmeyen tesislere atanması işlemi ele alınmaktadır. Buna göre tesislerin yerleri müşterilerin hem talep ihtiyaçlarını karşılayacak şekilde hem de toplam dağıtım maliyetini en aza indirecek şekilde hesaplanmaktadır. Tesis olarak düşünülen birimler fabrikalar, dağıtım depoları, alışveriş merkezleri olabileceği gibi, müşteri olarak da perakendeciler, bayiler veya son kullanıcılar söz konusu olabilir. Problemin özel bir durumu tesislerin Öklidyen düzlemde herhangi bir noktada olabilecekleri haldir. Bu problem Weber problemi olarak adlandırılmıştır (Wesolowsky, 1993). Weber probleminin tesislerin kapasitelerine göre çeşitli durumları söz konusudur. Eğer açılacak tesislerin kapasiteleri üzerine bir sınır tanımlanmıyor ise sınırsız kapasiteli Weber problemi, aksi durumda kapasiteli Weber problemi söz konusu olmaktadır. Bu çalışmanın tümünde sınırsız kapasiteli Weber problemi ile ilgilenilmiştir ve problemin matematiksel gösterimi aşağıda verilmiştir:

$$\begin{aligned} &\min \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} u_{ij} d\left(x_i, a_j\right) \\ &\text{s.t.} \\ &\qquad \sum_{i=1}^{m} u_{ij} = h_j \qquad\qquad j = 1, \dots, n \\ &\qquad u_{ij} \geq 0 \qquad\qquad i = 1, \dots, m \;\; ; \;\; j = 1, \dots, n \end{aligned} \tag{1}$$

Burada n müşterilerin, m ise konumları hesaplanacak tesislerin sayısını göstermektedir. h_j ve $a_j=(a_{j1}, a_{j2})$ sırasıyla j'inci müşterinin talep miktarını ve düzlemdeki konumunu göstermektedir. $x_i=(x_{i1}, x_{i2})^T$ değişkeni tesisin (bilinmeyen) koordinatlarını göstermekte ve u_{ij} de tesis i'den müşteri j'ye gönderilen miktarı belirtmektedir. $d(x_i,a_j)$ ise tanımlanması gereken bir uzaklık fonksiyonudur ve tesis i ile müşteri j arasındaki mesafeyi göstermektedir.

Weber probleminde kullanılan uzaklık fonksiyonunun yapısı ve açılacak tesis sayısı probleme karakteristik özellikler sağlamaktadır. Örneğin tek tesisin söz konusu olduğu ve de karesel Öklidyen uzaklığın kullanıldığı durumda problem analitik bir çözüme sahip olmaktadır. Bununla beraber yaygın olarak kullanılan Öklid mesafesi veya dik doğrusal mesafe için çoklu tesis problemi konveks olmayan bir amaç fonksiyonunu en küçüklemeye yöneliktir. Yapılan incelemelerde yerel enküçük değer sayısının tesis ve müşteri sayısına bağlı üstel olarak arttığı gözlemlenmiştir (Eilon, 1973).

Literatürde Weber probleminin eniyi ve yaklaşık çözümlerine dair birçok yaklaşım bulunmaktadır. Bu yöntemlerin çok iyi birer incelemesi Brimberg ve diğerlerinde bulunabilir (Brimberg, 2000). Sezgisel yöntemler genellikle Cooper'ın çalışmasını takiben gelişim göstermiştir. Cooper çalışmasında (Cooper, 1963) Weber problemini yer seçimi ve atama aşamalarına bölen bir yaklaşım önermiştir. Bunun dışında Bongartz ve diğerleri (Bongartz, 1994), Brimberg ve Mladenovic ve Hansen tarafından önerilen *p*-medyan sezgiselleri bu problemi çözmede kullanılmış tekniklerdir. Daha yakın zamana bakıldığında ise tavlama benzetimi ve yapay sinir ağları temelli sezgiseller Weber problemini çözmek için geliştirilmiştir. Bunların içerisinde Kohonen tipli özdüzenlemeli sinir ağlarını kullanan ilk yaklaşım Lozano ve diğerlerine ait olan çalışmadır. Bu çalışmalarında Lozano ve diğerleri bir test örneği üzerinde İspanya ve Portekiz'den seçilen şehirlerin 49 müşteri talep bilgisi üzerinde çalışmışlar ve sayıları 2 ile 10 arası değişen tesisler için Weber problemini çözmüşlerdir (Lozano, 1998). Çalışmada Kohonen algoritmasının özgün haliyle uygulamış ve diğer uzaklık ölçütleri için özgün Kohonen algoritmasındaki kazanma adımının uyarlanmasının yeterli olacağını belirtilmiştir. Hsieh ve Tien (Hsieh, 2004) bu nokta üzerine yaptıkları ekleme ile dik doğrusal Weber problemini Kohonen temelli sezgisel bir yöntem ile çözmeyi denemişlerdir. Ancak bu çalışmada elde edilen sonuçları iyileştirmek için algoritmanın çalışmasının sonuna ek işlem yapılması gerekli olmuş ve dik doğrusal problemlere özgü bir yaklaşımla belirli bir iyileştirme sağlanmıştır. Bu yöntemleri takiben Aras, Özkısacık ve Altınel, Weber problemini Kohonen ağlarıyla çözmek için algoritmanın güncelleme kurallarını değiştirerek ve gerek dik doğrusal gerek Öklidyen tüm birinci türevi tanımlı uzaklık ölçütleri için geçerli olacak yaklaşımı genellemişlerdir. (Aras ve diğeleri, 2004) Bu şekilde yapıldığında dik doğrusal Weber problemini çözmek için ek işlemler yapılması gerekli olmaktan çıkmıştır.

Kohonen tipi ağlar aslında topak analizinde önemli uygulaması olan ve veriyi gruplara ayırma konusunda kullanılan yöntemlerdir. Dolayısıyla bu yöntemlerin Weber problemine uygulanmaları halinde elde edilecek çıktı müşterilerin gruplanması, topaklar oluşturulması ve topakların merkezlerine de tesislerin yerleştirilmesi şeklindedir. Kohonen algoritması bu gruplamayı yaparken her bir girdiyi eşit ölçüde değerlendirmekte ve birbirleri arasında önem farkını öngörmemektedir. Halbuki Weber probleminde girdi yerinde düşünülen müşterilerin her birisinin farklı olabilecek talep değerleri söz konusudur. Talep miktarı yüksek olan bir şehre ne kadar uzak tesis hizmet veriyor olursa o kadar yüksek bir amaç fonksiyonu değeri oluşturacaktır. Bu yüzden Kohonen tipi sinir ağları Weber problemini çözmek için kullanıldığında müşteri talepleri bilgisinin yöntemlerle birleştirilmesi gerekmektedir.

2. Talep Bilgisinin Yaklaşımlar ile Bütünleştirilmesi

Kohonen tipi öğrenme diğer rekabetçi öğrenme algoritmalarındaki gibi "kazanan tümünü alır" stratejisi üzerinden ilerlemektedir. Buna göre algoritmanın ilerleyişinde müşteriler birer birer tesislere sunulur. Her bir sunuş için tesislerin birbirleriyle rekabet ettikleri düşünülür ve bu rekabetin sonunda bir tesis kazanan olarak belirlenir. Ardından amaç fonksiyonunu azaltacak olan güncelleme kazan tesis ve ona topolojik olarak komşu olan tesisler üzerinde uygulanır. Bu yaklaşım ile ilgili detaylar Aras, Özkısacık ve Altınel'de bulunabilir (Aras ve diğerleri, 2004). Ancak daha önce de bahsedildiği gibi müşterilerin talep miktarları birbirlerinin aynısı olmadığı durumlarda ek bir düşünce geliştirilerek talep bilgisinin bütünleştirilmesi gerekmektedir. Lozano ve diğerleri çalışmalarında bu konuda talep miktarlarının müşterilerin sunuş olasılıklarına etkisini kullanmışlardır. Buna göre müşterilerin konumları Kohonen tipi ağa sunulurken talep miktarına orantılı olarak, talep miktarı yüksek olan müşterilerin düşük olanlara göre daha çok sunuluyor olmaları önerilmiştir. Böylece tesislerin konumları talebi fazla olan müşterilerin konumunu daha çok dikkate alabilmektedir. Bu yaklaşım ile aslında bir benzetim modeli kurulmuş olmaktadır.

Bu çalışmada önerilen yaklaşımda ise müşterilerin talep miktarlarının doğrudan güncelleme adımlarına eklenmesi düşünülmüştür. Kohonen ağları ile Weber problemi çözülmek istenildiğinde karşılaşılan amaç fonksiyonu şu şekildedir:

$$\min \sum_{j=1}^{n} D_j d\left(\mathrm{x}_c, \mathrm{a}_j\right) \qquad (2)$$

Burada D_j, *j*'inci şehrin talep miktarını, x_c ise *i*'inci şehir sunulduğunda kazanan tesisin koordinatlarını göstermektedir. Görüleceği üzere D_j değişkenlere göre sabit bir değerdir. Dolayısıyla bu şekildeki amaç fonksiyonu azalan gradyan yöntemine göre en küçüklenir ise güncelleme adımlarında yine birer katsayı olarak gözükecektir. Aras ve diğerlerindeki adımlar takip edilecek olursa tesislerin konumlarını gösteren değişkenlerin aldığı değerlerin şu şekilde güncellenebilecekleri görülür:

$$\Delta x_c(t) = x_c(t+1) - x_c(t) = -\alpha(t) D_j \frac{\partial d\left(x_c, a_j(t)\right)}{\partial x_c(t)} \tag{3}$$

Adımlar t zaman değişkenine göre tanımlanmıştır. $\alpha(t)$ öğrenme adımı veya adım uzunluğu olarak bilinen ve her iterasyonda azalarak sıfıra yakınsayan diziyi göstermektedir. D_j ile gösterilen talep değişkeni gradyan değerine göre çok daha yüksek olabileceğinden tüm müşteri taleplerine göre standardize edilmelidir. Bunun için talep değerleri en yüksek müşteri talebi değerine bölünerek 0 ile 1 arasında göreceli talep değerleri olarak elde edilebilir. Güncellemenin talep ve öğrenme adımı ile çarpılıyor olması güncellemenin mutlak değerinin çok düşük olması sorununu yaratabilecektir. Bu durum ile ilgili olarak her müşteri bazında güncelleme yapmak yerine "toplu öğrenme" stratejisi önerilmiştir. Böylece her müşteri Kohonen ağına sunulduğunda güncelleme miktarları biriktirilecek ve biriken değer üzerinden tek bir seferde güncellenecektir

3. Deneysel Sonuçlar

Önerilen yöntemin sonuçlarını test etmek amacıyla daha önce Aras ve diğerlerinde bahsedilen Öklidyen veri kümeleri üzerindeki deneyler tekrarlanmış, ancak bu sefer talebin bütünleştirilmesi Lozano ve diğerlerinin yaklaşımına karşılık yukarıda önerilen yöntem ile de yapılmış, sonuçlar raporlanmıştır. Weber problemini çözmek için genelleştirilmiş vektör nicemleme (RVQ), özgün Kohonen ağı (SOM) ve genelleştirilmiş Kohonen ağları (RSOM) kullanılmıştır. Bu algoritmaların detaylı tanımları için okuyucunun Aras ve diğerlerini incelemesi yararlı olacaktır.

Tablo 1 -Deneysel sonuçlar

No	Problem	Lozano ve diğerleri ile			Yeni yaklaşım			% Farklar		
		RVQ	SOM	RSOM	RVQ	SOM	RSOM	RVQ	SOM	RSOM
1	eil50 (n=50, m=2)	135.54	136.15	135.53	135.52	136.19	135.52	-0.01%	0.03%	-0.01%
2	eil50 (n=50, m=3)	105.22	107.02	105.22	105.21	106.61	105.21	-0.01%	-0.38%	-0.01%
3	eil50 (n=50, m=4)	84.17	85.74	84.17	84.15	85.82	84.15	-0.02%	0.08%	-0.02%
4	eil50 (n=50, m=5)	72.26	73.07	72.25	72.24	73.11	72.24	-0.04%	0.06%	-0.02%
5	eil50 (n=50, m=6)	60.99	62.30	60.99	60.97	63.19	60.97	-0.02%	1.42%	-0.04%
6	eil50 (n=50, m=7)	54.52	56.68	54.52	54.50	56.67	54.50	-0.03%	-0.02%	-0.04%
7	eil50 (n=50, m=8)	49.96	51.34	49.97	50.84	51.62	50.34	1.76%	0.55%	0.75%
8	eil50 (n=50, m=9)	45.73	47.08	45.71	47.34	47.09	45.78	3.52%	0.02%	0.16%
9	eil50 (n=50, m=10)	41.72	43.75	41.74	45.23	42.85	41.70	8.43%	-2.06%	-0.09%
10	bon287 (n=287, m=2)	14430.36	15221.18	14430.11	14429.68	15000.33	14427.77	0.00%	-1.45%	-0.02%
11	bon287 (n=287, m=3)	12099.21	12988.83	12105.67	12098.22	12997.86	12098.38	-0.01%	0.07%	-0.06%
12	bon287 (n=287, m=4)	11109.30	11824.57	11117.93	10666.49	11829.77	10665.44	-3.99%	0.04%	-4.07%
13	bon287 (n=287, m=5)	9727.76	10956.99	9726.54	9717.46	10944.75	9717.11	-0.11%	-0.11%	-0.10%
14	bon287 (n=287, m=6)	8810.28	10581.52	8802.88	8788.65	9402.02	8791.51	-0.25%	-11.15%	-0.13%
15	bon287 (n=287, m=7)	8276.25	9031.04	8178.84	8170.55	8785.72	8163.93	-1.28%	-2.72%	-0.18%
16	bon287 (n=287, m=8)	7870.15	8350.51	7598.71	7642.65	8279.78	7576.19	-2.89%	-0.85%	-0.30%
17	bon287 (n=287, m=9)	7424.29	8116.46	7536.10	7157.11	7912.75	7524.59	-3.60%	-2.51%	-0.15%
18	bon287 (n=287, m=10)	6833.75	7719.98	6835.03	6860.97	7697.09	6994.82	0.40%	-0.30%	2.34%
19	coo7A (n=7, m=2)	50.46	51.96	50.46	50.45	51.90	50.45	-0.02%	-0.12%	-0.01%
20	coo7B (n=7, m=2)	72.02	73.19	72.01	72.00	73.32	72.00	-0.02%	0.17%	-0.02%
21	coo7C (n=7, m=2)	38.33	38.51	38.33	38.32	38.77	38.32	-0.03%	0.65%	-0.03%
22	coo7D (n=7, m=2)	48.87	48.96	48.86	48.85	49.00	48.85	-0.04%	0.08%	-0.02%
23	coo7E (n=7, m=2)	38.56	38.89	38.05	38.56	39.09	38.56	0.00%	0.50%	1.34%
24	coo7F (n=7, m=2)	59.72	61.30	59.72	59.72	61.26	61.94	0.00%	-0.07%	3.71%
25	coo7G (n=7, m=2)	62.22	64.33	62.21	62.21	64.35	62.22	-0.01%	0.03%	0.01%
26	ros15 (n=15, m=2)	214.30	219.12	214.31	214.28	219.26	214.28	-0.01%	0.07%	-0.01%
27	ros15 (n=15, m=3)	143.26	144.58	143.25	143.20	144.87	143.20	-0.04%	0.20%	-0.03%
28	ros15 (n=15, m=4)	113.60	115.30	113.61	113.57	115.46	113.57	-0.03%	0.14%	-0.03%

No	Problem	Lozano ve diğerleri ile			Yeni yaklaşım			% Farklar		
		RVQ	SOM	RSOM	RVQ	SOM	RSOM	RVQ	SOM	RSOM
29	ros15 (n=15, m=5)	97.34	99.24	97.35	97.29	98.84	97.29	-0.05%	-0.41%	-0.06%
30	ros15 (n=15, m=6)	81.28	84.02	81.30	81.27	84.08	81.27	-0.02%	0.07%	-0.04%
31	ros20 (n=20, m=2)	287.67	289.91	287.65	287.61	290.03	287.61	-0.02%	0.04%	-0.01%
32	ros20 (n=20, m=3)	210.23	213.35	210.23	210.20	213.18	210.20	-0.01%	-0.08%	-0.02%
33	ros20 (n=20, m=4)	169.48	178.03	169.49	169.44	177.08	169.44	-0.03%	-0.53%	-0.03%
34	ros20 (n=20, m=5)	134.33	141.66	134.35	135.81	140.62	134.27	1.10%	-0.73%	-0.06%
35	ros20 (n=20, m=6)	116.37	122.65	116.49	116.32	121.34	116.32	-0.05%	-1.07%	-0.15%
36	ros25 (n=25, m=2)	355.37	357.07	355.36	355.34	357.52	355.34	-0.01%	0.13%	-0.01%
37	ros25 (n=25, m=3)	252.26	255.57	252.26	252.25	255.99	252.25	-0.01%	0.17%	-0.01%
38	ros25 (n=25, m=4)	207.45	213.44	207.43	207.40	213.18	207.40	-0.02%	-0.12%	-0.01%
39	ros25 (n=25, m=5)	169.88	174.68	169.87	169.83	174.71	169.84	-0.03%	0.02%	-0.02%
40	ros25 (n=25, m=6)	152.72	160.17	152.74	152.68	156.21	153.68	-0.03%	-2.47%	0.61%

Görülebileceği üzere veri kümelerindeki sonuçlar son derece karşılaştırılabilir niteliktedir. Bir tek eil50 veri kümesinin 9 ve 10 tesise ayrılması probleminde vektör nicemleme adına kötü sonuçlar çıkmaktadır. Ancak bunun yanı sıra 45 kümenin 35'inde vektör nicemleme için az da olsa daha iyi sonuçlar elde edilmiştir.

Bu çalışma ile literatürde Weber problemini çözmek için önerilen Kohonen tipli ağların problemdeki talep bilgisini kullanış şekilleri ele alınmış ve yeni bir yöntem ile bu bilginin yöntemlere eklenilmesi sağlanmıştır. Yapılan deneylere göre literatürde daha önce yapılmış çalışmalara denk, bazen de daha iyi sonuçlar elde edilmiştir. Bununla birlikte talep bilgisi benzetim modeline bağlı olmaksızın kullandığından farklı problemler de çözülebilir hale geldiği görülmüştür. Bu problemlerden bir tanesi de müşterilerin taleplerinin inceleme dönemi içerisinde sabit olmayıp belirli bir olasılık dağılımından geldiği rassal talep altındaki yer seçimi problemidir. Bu tip problemlerde müşterilerin taleplerini açık bir şekilde bilemeyiz. Sadece bir olasılık dağılımına göre gerçeklendikleri bilgisine sahip olabiliriz. Bu durumda Lozano ve diğerlerinin yaklaşımını kullanmak mümkün olamamaktadır. Çünkü o yaklaşımda her talep gerçeklenmesi için bir benzetim yapılarak en iyi çözümün belirlenmesi gerekmektedir. Buna karşılık bu çalışmada önerilen yöntem talep bilgisini örtük bir şekilde kullandığı için bu tip rassal problemlerin çözümünde kullanılabilecektir.

4. Referanslar

Aras N, Özkısacık K and Altınel İK, "Solving Uncapacitated Multi-Facility Weber Problem by Vector Quantization and Self-Organizing Maps,, Technical Report, January 2004, Boğaziçi University.

Bongartz I, Calamai PH and Conn AR. "A projection method for l-p norm location-allocation problems". *Mathematical Programming* **66** 283--312. (1994)

Brimberg J, Hansen P, Mladenovic N ve Taillard ED "Improvements and Comparison of Heuristics For Solving The Uncapacitated Multisource Weber Problem". *Operations Research* **48** 444-460. (2000).

Cooper L Location-allocation problems Operations Research **11** 331-343. (1963).

Eilon S, Watson-Gandy CDT ve Christofides N. Distribution Management: Mathematical modelling and practical analysis, *Charles Griffin & Company Limited London*. (1973)

Hsieh K-H and Tien F-C. Self-organizing feature maps for solving location-allocation problems with rectilinear distances. *Computers and Operations Research* **31** 1017-1031. (2004)

Lozano S, Guerrero F, Onieva L and Larraneta J. Kohonen maps for solving a class of location-allocation problems. *European Journal of Operations Research* **108** 106-117. (1998)

Wesolowsky G. The Weber problem: history and perspectives. *Location Science* **1,** 5-23 (1993).