

# KARMAŞIK PROBLEMLER İÇİN BELİRSİZLİK ALTINDA ÇOK KRİTERLİ BULANIK KARAR VERME

**Mübariz Eminov, Serkan Ballı**  
*Muğla Üniversitesi, İstatistik Bölümü, 48000, Muğla*

**Özet:** Bu çalışmada geleneksel ÇKKV yöntemlerinden farklı olarak subjektif yargılarla değerlendirilebilen problemlerde karar verme için Yager'in Bulanık ve Saaty'nin AHS gibi ÇKKV modellerine dayanan karma bulanık karar verme modelinin geliştirilmesi ele alınmıştır. Kriterlerin ve alternatiflerin fazla olduğu durumlarda her iki modelin yetersizliklerini gidermek amacıyla kriterleri uygun şekilde iki gruba ayırıp bu gruplar bazında karar vermenin ilgili modellerle ayrı ayrı gerçekleştirmek ve elde edilen ara sonuçları birleştirerek nihai karara ulaşılması önerilmiştir.

Yager'in modelinden farklı olarak alternatiflerin küme içinde tatmin edilme derecelerini onun üyelik fonksiyonu ile de belirlenmesi yapılmıştır. Karar verme sonucu en uygun alternatifin ve geriye kalanların da tercih derecesine göre sıralanması önerilen modelde sağlanılmıştır. Bu model basketbol takımı için adayların 5 kritere göre seçilmesine uygulanmıştır. Sonuçlar, karar vermenin tutarlı ve sağlıklı olduğunu kanıtlamıştır.

**Anahtar Kelimeler:** *Optimal Karar Verme, Belirsizlik, Bulanık Küme, Ağırlıklandırma, Analitik Hiyerarşi Süreci*

## 1. Giriş

Çeşitli kurum ve kişilerin birden çok kritere göre değerlendirme yapmasının gerekli olduğu problemlerde en iyi karara ulaşılması için bayesian teorisi, doğrusal programlama, bulanık (fuzzy) karar verme, Analitik Hiyerarşi Süreci(AHS) vb. Çok Kriterli Karar Verme(ÇKKV) yöntemleri Triantaphyllou (1998) geliştirilmiştir.

Geleneksel ÇKKV yöntemlerinde kriter ve alternatiflerin nihai değerlendirilmesi gerçek sayılarla ifade edilir ve alternatif, kriterleri tümüyle tatmin eder veya etmez klasik mantığıyla karar verme gerçekleşir. Ama gerçek hayatın karmaşıklığından ve bizim algılama kapasitemizin sınırlı olduğundan, kesin olarak kavrayamadığımız çok sayıda çeşitli nesnelere var ki bunlar sadece subjektif görüşlerle değerlendirilebilir. Böyle karmaşık nesnelere ilişkin karar vermenin üstesinden gelmek için nesneyi nitelendiren genel özellik (örneğin güzellik) bulanık (fuzzy) özellik olarak ele alınır ve bu özellik her biri bir kritere karşılık gelmek üzere özellikler yığını ile tanımlanır Saaty (1978). Böylece, karar verici alternatifleri oluştururken kişisel görüşlerine dayanarak belirsizlik içeren dilsel değerler kullanır ki bunlar da bulanık kümelerle temsil edilebilir. Karar verici tarafından bu tipten üretilen alternatiflerin mevcut kriterlere göre tümüyle objektif değerlendirilmesinden sonra onlar sıralamaya konulur ve en uygununun bulunması ile optimal çözüm elde edilir.

Yukarıda belirtilen ÇKKV yöntemlerinden son ikisi sözü edilen karmaşık karar verme problemlerinin çözümüne yönelik geliştirilmiş olup bulanık küme tabanlı yöntemler olarak anılır. Yager modeli olarak tanınan Bulanık ÇKKV Yager (1978) ile Saaty modeli olarak tanınan Analitik Hiyerarşi Süreci ÇKKV Saaty (1978) yöntemleri kriterlerin önemlilik derecesini dikkate alarak alternatiflerin her bir kriteri ayrı ayrı ne derecede sağladığının belirlenmesi ve sonuçların birleştirilmesi konusunda farklılık göstermektedir. Kriterlerin ve alternatiflerin sayısal olarak fazla olduğu durumlarda Saaty modeli uygulanması alternatiflerin ikili karşılaştırmalarının fazla olmasında dolayı karar vericide bezginlik yaratması ve aşırı zaman harcanmasına yol açabilir Engelkıran (2001). Yager modelinin olumsuz tarafı ise bir kritere ilişkin tüm alternatifleri aynı anda karşılaştırarak küme içinde onların tatmin etme derecesinin bulunması gerekir ki bu da zor bir iştir.

Önerilen model basketbol takımı için Genç, Uzun Boylu, Orta Ağırlıkta (1. grup), Tecrübeli ve Kabiliyetli (2. grup) gibi kriterlere göre adaylar içerisinde en uygun kişinin belirlenmesi ve diğer adayların tercih derecesine göre sıralanması problemine uygulanmıştır. Sonuçlar karar vermenin tutarlı ve sağlıklı olduğunu kanıtlamıştır.

## 2. Karma Karar Verme Modeli

Yager'in Bulanık ve Saaty'nin AHS modellerine dayanarak geliştireceğimiz Karma Karar Verme Modeline (KKVM) göre yürütülecek karar verme sürecinde aşağıdaki aşamalar gerçekleştirilir:

- 1- İlgili kriterlerin ve alternatiflerin belirlenmesi
- 2- Kriterlerin göreceli önemliliğinin ve alternatiflerin bu kriterlerin tümü üzerinden sağlanma derecesinin değerlendirilmesi

### 3- Alternatiflerin tercih düzenine göre sıralanması

İlgili kriterlerin ve alternatiflerin belirlendiğini ve onların sırasıyla sonlu  $A = \{A_i, i=1, \dots, m\}$  kriterler kümesi ve  $X = \{x_j, j=1, \dots, n\}$  alternatifler kümesi ile tanımlandığını farz edelim. 2. aşama olarak kriterlerin öncelik değerlerinin belirlenmesi için Saaty tarafından önerilen ikili subjektif karşılaştırma tekniği Saaty (1978, 1980) kullanılır. Bu tekniğe göre karar vericinin kriterlerin ikili karşılaştırmalı önemlilik yargıları Temel 1-9 Ölçeği (Tablo 1) kullanarak ikili karşılaştırmalı sayısal değerlere dönüştürülür. Daha sonra bu ikili karşılaştırma değerleri ikili karşılaştırma matrisine yerleştirilir. Bu matriste  $a_{jk}$  elemanı j. kriterle k. kriterin ikili karşılaştırma değerini göstermektedir.  $a_{jk} = 1/a_{kj}$  eşitliği ile burada değerlerin karşılıklı olma özelliği sağlanılır. İkili karşılaştırma matrisi aşağıda verilmiştir:

Tablo1. Temel 1-9 ölçeği

Önemlilik	İkili karşılaştırma yargısı
1	Eşit önemlilik
3	Diğerinde biraz fazla önemli(zayıf)
5	Diğerinde daha fazla önemli(güçlü)
7	Diğerinden oldukça önemli
9	Diğerinde kesinlikle önemli
2,4,6,8	Ara Değerler

Tablo2. Kriterler için ikili karşılaştırma matrisi

	$A_1$	$A_2$	.....	$A_m$
$A_1$	$a_{11}$	$a_{12}$	.....	$a_{1m}$
$A_2$	$a_{21}$	$a_{22}$	.....	$a_{2m}$
....	.....	.....	.....	.....
$A_m$	$a_{m1}$	$a_{m2}$	.....	$a_{mm}$

Oluşturulan bu  $m \times m$  boyutlu ikili karşılaştırma matrisi üzerinde aşağıdaki işlemler yapılarak kriterlerin göreceli önemlilik değerleri elde edilir. Engalkıran (2001):

- Sütunların toplamları bulunur ve bu sütundaki her bir  $a_{jk}$  değeri ilgili sütun toplamına bölünerek normalleştirilir; yani o sütun toplamının yüzdesi olarak ifade edilir.
- Normalleştirilmiş matrisin satır toplamları bulunur ki bu da o satıra karşılık gelen kriterin göreceli önemlilik derecesini vermektedir.

Böylece, her satır toplamının bir kriterle karşılık gelmesi kaydıyla kriterlerin göreceli önemlilik değer vektörü  $W = \{w_1, \dots, w_m\}$  bulunur.

### 2.1. Alternatiflerin Değerlendirilmesi

Girişte de belirtildiği üzere kriterlerin ve alternatiflerin sayısal olarak fazla olduğu durumlarda gerek Yager'in Bulanık modeline gerekse Saaty'nin AHS modeline göre alternatiflerin kriter bazında değerlendirilmesinde sağlıklı sonuçların elde edilmesi pek de mümkün değildir. Bu yüzden mevcut m sayıda kriteri iki gruba ayırmak, alternatifleri bu kriter gruplarına nazaran farklı modellerle ayrı ayrı değerlendirmek ve nihai karara elde edilen ara karar sonuçlarını birleştirerek ulaşmak tarafımızdan önerilmiştir. Öte yandan dilsel değerlerle ifade edilen bir takım öyle kriterler mevcut olabilir ki, onları temsil eden ilgili bulanık küme doğru bir şekilde üyelik fonksiyonu ile tanımlansın. Yager modeli alternatiflerin kriteri tatmin etme derecelerini bu şekilde belirlemeye izin verdiği için bu tipten olan kriterler grubuna uygulanacaktır. Şimdi alternatiflerin ayrı ayrı 1. ve 2. gruba giren tüm kriterler üzerinden değerlendirilmesi için sırasıyla Yager'in Bulanık modelinin Yager (1978) ve Saaty'nin AHS modelinin Saaty (1978, 1980) kullanımına bakalım.

Yager tarafından önerilen bulanık ÇKKV modeli (1978) Belman ve Zadeh'in geliştirmiş olduğu bulanık(fuzzy) ortamda karar verme modelini Zimmermann (1996) temel alır. Her bir  $x_j$  alternatifi için onun  $A_i$  kriterini tatmin etme derecesi veya bu kriterle ait kümeye üyelik değeri  $A_i[x_j] \in [0,1]$  ise  $\{A_i[x_j], j=1, \dots, n; i=1, \dots, p\}$  ile gösterilen  $n \times p$  boyutlu bir karar matrisi oluşturulur. (burada p, 1. gruba giren kriterlerin toplam sayısıdır). Önceden hesaplanan kriterlerin önemlilik değeri  $w_i, i=1, \dots, p$  dikkate alınarak bu kriterlerin tümü üzerinden  $x_j$  alternatifinin sağlanma derecesi  $D_1[x_j]$ , karar fonksiyonu olarak şöyle hesaplanabilir:

$$D_1[x_j] = \text{Min} [(A_1[x_j])^{w_1}, (A_2[x_j])^{w_2}, \dots, (A_p[x_j])^{w_p}] \quad (1)$$

Yani bu modele göre kriterlerin üyelik değerleri ilgili önemlilik değeri ile üssel ağırlıklandırılarak birleşme işlemi gerçekleşir.

Geriye kalan  $A_i, i=p+1, \dots, m$ , kriterleri üzerinden  $x_j$  alternatiflerinin  $j=1, \dots, n$  sağlanma derecesinin belirlenmesi Saaty AHS modeli ile gerçekleşecektir. Bunu özetle aşağıda açıklayalım.

Belirtildiği üzere Saaty'nin AHS modelinde alternatiflerin kriter bazında tatmin etme değerlerinin tespiti onların bu bazda ikili subjektif karşılaştırılmasına dayanır. Her bir  $A_i$  kriteri için,

kriterlerin göreceli önemlilik değerlerinin belirlenmesinde olduğu gibi alternatiflerin  $n \times n$  boyutlu bir ikili karşılaştırma yargılar matrisi oluşturulur ki, bu da Tablo 1'deki 1-9 Temel Ölçeğine göre sayısal değerler matrisine dönüştürülür. Daha sonra ayrı ayrı oluşturulan sayısal değerler matrisleri üzerinde yukarıda belirtilen işlemleri yaparak her bir  $i=p+1, \dots, m$ , sayıda kriter için alternatiflerin tatmin etme değerleri bulunur.

Elde edilen sonuçlara göre  $\{A_i[x_j], j=1, \dots, n, i=p+1, \dots, m\}$  elemanlarını içeren  $n \times (m-p)$  boyutlu karar matrisi oluşturulur. Bu matris onun her sütun elemanını ilgili sütun toplamına yani  $n$ 'e bölerek  $\sum_{j=1}^n A_i[x_j] = 1$  (tüm  $i = p+1, \dots, m$  için) koşulunu sağlayan normalleştirilmiş karar matrisi elde ederiz. Daha

sonra aynı yolla kriterlerin göreceli önemlilik vektörü de  $\sum_{i=1}^n w_i = 1$  kaydıyla normalleştirilir.

AHS modeline göre  $i=p+1, \dots, m$ , kriterlerinin tümü üzerinden  $x_j$  alternatifinin sağlanma derecesi  $D_2[x_j]$  karar fonksiyonu olarak şu formülle hesaplanır:

$$D_2[x_j] = \sum_{i=p+1}^m A_i[x_j] w_i \quad i = p+1, \dots, m, j = 1, \dots, n \quad (2)$$

Yani alternatifin kriterler üzerinden sağlanma derecesi onun ayrı ayrı kriter bazındaki tatmin etme derecelerinin ilgili kriter önemlilik değeri ile ağırlıklandırılmış toplamı ile hesaplanır.

## 2.2. Alternatiflerin Sıralanması

İki modelden elde edilen ara karar sonuçlarını mantıksal AND operatörü ile birleştirerek  $x_j$  alternatifi için nihai karar fonksiyonu

$$D[x_j] = \text{Min}(D_1[x_j], D_2[x_j]) \quad j = 1, \dots, n, i = 1, \dots, m \quad (3)$$

elde etmiş oluruz.

$D[x_j]$  nihai karar fonksiyon değerini maksimum yapan alternatif optimal alternatif olacaktır:

$$x_j = \max_{j \in n} (D[x_j]) \quad (4)$$

## 3. Uygulama

Önerilen karar verme modeli basketbol takımına 10 aday içerisinde oyuncu seçimi problemine uygulanmıştır. Bu seçim adayları Genç, Uzun Boylu, Orta Ağırlıklı (1.grup) ve Tecrübeli, Kabiliyetli(2.grup) olmak üzere 5 kriter üzerinden onları tercih sıralamasına koymakla yapılır. Bunun için 2. bölümde belirtilen aşamalar burada sırayla gerçekleştirilmiştir.

İlk önce karar vericinin kriterlerin ikili karşılaştırmalı önemliliğine dair görüşlerini Tablo 1'deki Temel 1-9 Ölçeğine göre değerlendirerek onların ikili karşılaştırmalı sayısal değerler matrisi (Tablo 3.) oluşturulmuştur. Sonra bu matrise istinaden kriterlerin göreceli önemlilik değer vektörü  $W = (0.431, 0.880, 0.639, 1.375, 1.674)$  bulunmuştur.

Tablo 3. Kriterler için ikili karşılaştırmalar matrisi

	Yaş	Boy	Ağırlık	Tecrübe	Kabiliyet
Yaş	1	1/3	1/3	1/3	1/3
Boy	3	1	3	3	2
Ağırlık	3	1/3	1	1/3	1/4
Tecrübe	3	1/3	3	1	1
Kabiliyet	3	1/2	4	1	1

Anlaşılabacağı üzere 1. gruba giren kriterler adayların sırasıyla yaş, boy ve ağırlık gibi özellikleri ile ilgilidir ve her bir aday için onların sayısal değerleri bellidir. Bu yüzden tüm adayların kriterlere ait ilgili bulanık küme üyeliği değeri  $A_i(x_j)$ ,  $j=1, \dots, 10$ ;  $i=1, 2, 3$ , kümenin önceden tanımlanmış üyelik fonksiyonu kullanmakla kesin olarak belirlenebilir Eminov (2003). Dolayısıyla bu çeşit kriterler için Yager'in bulanık karar modeli uygundur. Bu modele göre önce  $10 \times 3$  boyutlu karar matrisi ve daha sonra kriterlere ait hesaplanmış ilgili göreceli önemlilik değerini dikkate alarak  $D_1[x_j]$  karar fonksiyonu (1) ifadesine göre hesaplanmıştır. 2. gruba giren kriterlerin tümü üzerinden adayların sağlanma derecelerinin belirlenmesi için Saaty'nin AHS modeli kullanılmıştır. Tecrübeli ve Kabiliyetli kriterlerinin her biri için adayların sayısal değerleri ikili karşılaştırmalı yargılar matrisi ve arkasından da  $10 \times 2$  boyutlu karar matrisi oluşturulmuştur. Daha sonra bu karar matrisi ve bulunmuş  $W = \{0.086, 0.176, 0.128, 0.275, 0.335\}$  vektörü normalleştirilmiştir. Bu iki sonuca göre adayların son iki kriter üzerinden sağlanma derecesi (2) ifadesindeki karar fonksiyonuna göre hesaplanmıştır. Karar matrisleri ve tüm adaylara ait  $D_1(x_j)$  ve  $D_2(x_j)$ 'nin değerleri ara karar verme değerleri olarak Tablo 4'de bir arada sunulmuştur. Son

olarak tüm adayların 5 kriter üzerinden sağlanma derecesi  $D[x_j]$  ise (4) ifadesine göre hesaplanmıştır. Veri tablosuna aktarılan bu nihai sonuçlar SQL sorgulama dili kullanılarak adayların tercih sıralaması yapılmıştır. Bu sıralama sonucunda en yüksek  $D[x_j]$  değerine sahip 6. aday en iyi aday olarak tespit edilmiştir. Bu ve diğer adayların  $D[x_j]$  değerlerine göre sıralanması Tablo 5’de verilmiştir.

Tablo 4. Karar matrisleri ve ara karar sonuçları tablosu

	GENÇ	UZUN BOY	ORTA AĞIRLIK	$D_1(x_i)$	Tecrübe	Kabiliyet	$D_2(x_i)$
1	0.908	0.243	0.722	0.056	0.158	0.154	0.095
2	0.956	0.347	0.832	0.080	0.039	0.055	0.029
3	0.858	0.911	1.000	0.197	0.108	0.118	0.069
4	0.858	0.684	0.935	0.157	0.218	0.066	0.082
5	0.932	0.446	0.901	0.102	0.062	0.088	0.047
6	0.883	1.000	0.796	0.183	0.209	0.200	0.124
7	0.908	1.000	0.642	0.148	0.080	0.218	0.095
8	0.932	0.072	0.935	0.017	0.025	0.023	0.015
9	0.932	0.132	0.642	0.030	0.020	0.024	0.014
10	0.858	0.132	0.557	0.030	0.080	0.055	0.040

Tablo 5. Adayların tercih sıralaması

NO1	ISMI	$D(x)$
6	ÖZGÜR	0.1244
7	ISMAIL	0.0949
4	MUSTAFA	0.082
3	FATİH	0.0693
1	ÇAĞDAŞ	0.0558
5	MESUT	0.0466
10	ATILIM	0.0303
2	EMRAH	0.0291
8	BURAK	0.0146
9	SERDAR	0.0136

Gerek kriterlerin göreceli önemlilik değerleri gerekse son iki kriter bazında adayların tatmin edilme dereceleri ile ilgili ikili karşılaştırmalar matrislerinde tutarlılık oranı  $TO < 0.10$  olup kabul edilebilir düzeydedir. Önerilen model Delphi 6.0 programlama dili ortamında geliştirilmiştir.

#### 4. Sonuç

Sübjektif yargılarla değerlendirilen problemler için önerilen ÇKKV modeline göre kriterleri iki gruba ayırarak onlar üzerinde ayrı ayrı Yager’in bulanık modelini ve Saaty’nin AHS modelini kullanma yaklaşımının doğru olduğu tespit edilmiştir. Bu yaklaşım özellikle kriterlerin ve alternatiflerin fazla olduğu durumlarda sağlıklı ve tutarlı karar verme için önem taşımaktadır. Ayrıca bazı kriterlere ait bulanık kümelerin ilgili üyelik fonksiyonlarının kullanımı bu sonuçları daha da pekiştirir.

#### Kaynaklar

- Eminov, Mubariz**, *Rule-Based Fuzzy Classification Using Query Processing*, Mathematical & Computational Applications, vol.8, no 2, 253-262, 2003.
- Saaty, T.L.**, *Exploring The Interface Between Hierarchies, Multiple Objectives and Fuzzy Sets*, Fuzzy Sets and Systems, Vol: 1, pp :57-68, 1978.
- Saaty, T.L.**, *The Analytic Hierarchy Process*, McGraw-Hill, New York, 1980.
- Triantaphyllou, E., Shu, B., Sanchez, S. Nieto and Ray, T.**, *Multi-Criteria Decision Making: An Operations Research Approach*, Encyclopedia of Electrical and Electronics Engineering, Vol: 15, pp: 175-186, New York, 1998.
- Yager, Ronald R.**, *Fuzzy Decision Making Including Unequal Objectives*, Fuzzy Sets and Systems, Vol: 1, pp: 87-95, 1978.
- Zimmermann, J.-H.**, *Fuzzy Set Theory- and Its Applications*. Third Edition, Kluwer Academic Publishers, USA, 1996
- Engelkiran, Mine**, 2001: *Fuzzy Çoklu Kritere Göre Karar Vermenin İnsan Kaynaklarına Uygulanması*, Marmara Üniversitesi, Yüksek Lisans Tezi, 91 sayfa, 2001