SINAV ÇİZELGESİ HAZIRLAMA PROBLEMLERİNİN ÇÖZÜMÜNDE BİR DOĞRUSAL OLMAYAN KARAR MODELİ ÖNERİSİ

Servet Hasgül
Osmangazi Üniversitesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, 26030, Bademlik, Eskişehir
Özgür Kakmacı
Hv.K.K., Lojistik Plan Koordinasyon Daire Başkanlığı, 06100, Bakanlıklar, Ankara

Özet: Eğitim kurumlarında uygun sınav çizelgesi hazırlama probleminin karmaşık yapısı giderek artmaktadır. Daha çok öğrencinin, artan ve çeşitlenen derslere kayıt yaptırması, kurumdan kuruma değişen özel kısıtların bulunması eğitim kurumlarının sınav çizelgesi hazırlanması işlemlerini güçleştirmektedir. Bu çalışmada Osmangazi Üniversitesinde karşılaşılan sınav çizelgesi hazırlama problemi tanıtılmış ve çözüm yöntemi olarak doğrusal olmayan bir karar modeli önerilmiştir. Üniversitelerdeki sınav çizelgesi hazırlama probleminin çözümü için uygun yordamların geliştirilmesi gerekmektedir.

Anahtar Kelimeler: *Matematiksel Programlama, Karar Modelleri, Sınav Çizelgeleme*

A NON-LINEAR DECISION MODEL SUGGESTION FOR EXAMINATION TIMETABLING PROBLEMS

Abstract: The complexity of developing feasible examination timetables for education institutions is increasing. Institutions are enrolling more students into a wider variety of courses including an increasing number of combined degree courses. Many constraints involved in exam scheduling vary from institution to institution. In this study the examination timetabling problem at the Osmangazi Üniversitesi is introduced, and a nonlinear decision model is developed. Appropriate algorithms are required to provide satisfactory examination timetables for universities.

Keywords: *Mathematical Programming, Decision Models, University Timetabling*

1. Giriş

Eğitim kurumlarında karşılaşılan sınav çizelgesi hazırlama problemleri, öğrencileri aynı anda iki sınava girmek zorunda bırakmayacak ve bütün kaynak kısıtlarını sağlayacak biçimde, sınavları uygun zaman dilimlerine yerleştirme olarak tanımlanabilir. Sınav çizelgesi hazırlama problemlerinin çözülmesi, eğitim kurumlarının sınıf geçme sistemini bırakıp ders geçme sistemini benimsemeleri ile yeni bir boyut kazanmıştır. Öğrencinin alma hakkının olduğu ders çeşitlerinin artmasıyla sınavlarının çakışmaması gereken ders ikililerinin sayısı da fazlalaşmıştır. Yüksek öğretim kurumlarında çift anadal ve yandal uygulamalarının eklenmesi bazı bölümlerin sınav programlarını etkileşimli hazırlamasını gerektirmekte, bu durum uygun çözümün bulunmasını güçleştirmektedir.

Yüksek öğretim kurumlarında kullanılan sınav çizelgelerini belirlemek amacıyla geliştirilen sınav çizelgesi oluşturma problemleri kurumların değişen kalite ölçütleri nedeniyle çeşitlilik göstermektedir. Osmangazi Üniversitesi sınav çizelgesi oluşturmayı amaçlayan bu çalışmanın çıkış noktası, öğrenci sayılarının artması, çift anadal ve yandal programlarının uygulanmaya konması sonucunda sınav çakışmalarının artmasıdır. Sınav çakışmasına maruz kalan öğrencilerin daha sonra sınava girmeleri nedeniyle eşit değerlendirme yapılamamasının ortaya çıkardığı olumsuzluklar, öğretim üyelerinin tekrar sınav hazırlığı yapmaları ve ek sınav oturumlarının düzenlenmesi konularında ortaya çıkan sorunlar azaltılacaktır.

2. Sınav Çizelgesi Hazırlama Problemi

Sınav çizelgesi hazırlama probleminde amaç, genellikle çakışma sayısını en küçüklemek olarak tariflenir. Ancak birçok kurum genellikle ikincil amaç olarak probleme eklenen, bazı sınavların belirli zaman aralıklarında yer alması ve notlama için bol zaman yaratmak amacıyla büyük sınavların erken zaman dilimlerine atanması gibi koşulların gerçekleşmesini de şart koşabilmektedir (Thompson ve Dowsland, 1998).

Sınav çizelgesi oluşturma problemlerinin sözkonusu olduğu eğitim kurumlarında kendine özgü kısıt kümeleri vardır ve bunlar kurum politikalarına göre kurumdan kuruma farklılık gösterir. Bu farklılaşma da, sınav çizelgesinin kalitesi konusunda, kurumların farklı bakış açılarına sahip olmasına neden olur. Bu durumun sınav çizelgelerinin evrensel tanımını yapmayı zorlaştırmakta ve sadece sınırlı sayıdaki kısıt formlarının dikkate alınmasına neden olmaktadır (Merlot vd., 2002).

Dimopoulou ve Miliotis (2001), yukarıda sözü edilen kısıtlara ek kıstlar önermiştir. Burke vd. (2002) esas problemin, birçok farklı üniversitede bulunan farklı tipteki problemlere uyacak şekilde büyük değişkenliklere sahip yüksek kalitede programlar üretmek olduğunu söylemektedirler. Merlot vd. (2002), çözümün kalite ölçütlerinin genellikle gevşek kısıtlardan ve sıklıkla da öğrenci sınırlamalarından türediğini söylemiş ve farklı kalite ölçütlerinin eş zamanlı olarak kullanılması durumunda, amacın, bu ölçütlerin doğrusal bileşimi biçiminde şekillenerek, göreceli ağırlıkların kalite ölçütlerinin görünen önemini yansıtacağını belirtmiştir.

3. Doğrusal Olmayan Karar Modeli Önerisi

Önerilen doğrusal karar modelinin karar değişkeni, parametre ve amaç fonksiyonu tanımlamaları izleyen bölümlerde sunulmaktadır.

3.1. Karar Değişkeni ve Parametreler

Geliştirilen karar modelinin bileşenlerine ilişkin olarak yapılacak açıklamalara geçmeden önce, modelde kullanılan dizin kümelerinin tariflenmesi yerinde olacaktır.

İlgili modelde kullanılacak olan dizin kümeleri aşağıda belirtilmiştir:

$I = \{ i \mid i = 1,2,.....,m \}$ ve $J = \{ j \mid j = 1,2,.....,n \}$ dersler dizini

$K = \{ k \mid k = 1,2,.....,24 \}$ oturumlar dizini

$L = \{ l \mid l = 1,2,.....,t \}$ bölümler dizini

$U = \{ u \mid u = 1,2,.....,4 \}$ sınıflar dizini

$V = \{ v \mid v = 1,2,.....,6 \}$ günler dizini

Atama modeli yapısında geliştirilen modele ait karar değişkeni, söz konusu yapıya uygun olarak 0 veya 1 tamsayı değerini alacaktır. Karar değişkeninin gösterimi ve aldığı değere göre çıkarılacak anlam aşağıda verilmiştir:

$$x_{ik} = \begin{cases} 1; & \textit{i.inci dersin sınavı k.ıncı oturumda yapılacaktır.} \\ 0; & \textit{i.inci dersin sınavı k.ıncı oturumda yapılmayacaktır.} \end{cases}$$

Karar değişkenleriyle kurdukları ilişkilerle, uyulması gereken kısıtların ve problemin amacının matematiksel gösteriminin yapılabilmesini sağlayan parametrelerin anlamları aşağıda açıklanmıştır;

c_{ij} : i ve j derslerinin sınavlarının aynı oturuma atanması durumunda sınavları çakışacak öğrenci sayısı ($i = 1,2,...,m; j = 1,2,...,n$)

a_l : l. bölümde aynı anda yapılabilecek sınav sayısı ($l = 1,2,...,t$)

b_{luv} : l. bölümün u. sınıfının v. gün girebileceği sınav sayısı ($l = 1,2,...,t;\ u = 1,2,3,4;\ v = 1,2,...,6$)

d_{lu} : l. bölümün u. sınıfının sınava gireceği ders sayısı ($l = 1,2,...,t;\ u = 1,2,3,4$)

a_l : parametresinin değerleri, bölümün, salon, gözetmen vb. imkanları dahilinde, sınav devresi içinde tüm sınavların yapılmasına olanak sağlayacak bir biçimde belirlenmesi gerekirken, b_{luv} parametresinin değerleri ise sınıfların sınavlarını devre süresince dengeli bir şekilde yayacak biçimde olmalıdır.

3.2. Amaç Fonksiyonu

Amacı, aynı oturuma farklı sınavları atanan öğrenci sayısını en küçüklemek olan modelin amaç fonksiyonu, sınav çakışmalarının iki kez dikkate alınmasını önlemek için $i < j$ olmak üzere, matematiksel olarak aşağıdaki gibi gösterilebilir. Söz konusu gösterimde amaç fonksiyonunun sadece, x_{ik} ve x_{jk} karar değişkenlerinin her ikisinin de bir değeri aldığında artmasını sağlamak için, bu değişkenlerin en küçüğünün seçilmesi gereği duyulmuştur. İlgili karar değişkeni ikililerinin diğer değerleri almaları durumunda hep c_{ij} parametresinin sıfırla çarpılması sağlanarak çakışma durumunun olmaması halinin amaç fonksiyonu değerine herhangi bir etki yapması engellenmiştir.

$$Enk\ z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=2}^{n} c_{ij} \times \sum_{k=1}^{24} Enk\,\{x_{ik}, x_{jk}\}$$

Amaç fonksiyonunun en küçüklemeye çalıştığı sınav çakışmaları, kısıt şekline dönüştürülerek tamamen önlenmeye çalışılabilir. Fakat problem böylece kısıtları sağlayacak bir çözüm bulmaya odaklanacağından çözümsüzlük durumuyla karşılaşılabilir. Ayrıca bu durumun model boyutlarının artmasına da yol açarak çözüm süresini olumsuz yönde etkileyeceği dikkate alınmalıdır.

3.4. Kısıtlar ve Karar Modeli

Modelde üç tip kısıt kümesinin kullanılmasına gerek duyulmuştur. Birinci tip kısıtlar her dersin sınavının bir oturuma atanmasını sağlamaya yöneliktir. İkinci tip kısıtlar, her bölümde bir oturumda, en fazla belirlenen miktar kadar sınav yapılmasını sağlayarak gözetmen ve derslik yetersizliği gibi sorunları önlemeyi amaçlamaktadır. Üçüncü tip kısıtlar ise sınıf temelinde sınavları haftaya homojen olarak yayarak öğrencilere yeterli çalışma süresi sağlamayı öngörmektedir. Bu amaçla her sınıfın günde en fazla belirlenen sayıda sınava girmesi sağlanmaya çalışılacaktır.

İki ve üçüncü tip kısıtların gösteriminde G kümesinden yararlanmıştır. Küme elemanı g_p, **G** kümesinin *p.* elemanını simgelesin. Kümenin ilk elemanı $g_0=0$, ikinci elemanı ise ele alınan ilk bölümün birinci sınıfının ders sayısıdır. Sonraki elemanlar oluşturulurken kümenin bir önceki elemanına diğer bir sınıfın ders sayısı eklenecektir. Sınıflar bitinceye kadar devam edecek bu işlem sonrasında kümede *4t+1* (*sınıf sayısı* $\times$ *bölüm sayısı + 1*) eleman oluşacaktır. Bu kümenin elemanlarının nasıl oluşturulduğuna dair matematiksel gösterim şu şekildedir:

$$G = \{0, d_{11}, g_1 + d_{12}, g_2 + d_{13}, g_3 + d_{14}, ..., g_{4*t-2} + d_{t3}, g_{4*t-1} + d_{t4}\}$$

Yukarıda açıklanan tanımlamalar ışığında sınav çizelgesi hazırlama problemi için önerilen doğrusal olmayan karar modelinin genel hali, aşağıda verilmiştir;

$$\sum_{k=1}^{24} x_{ik} = 1 \qquad i = 1,2,..,m \qquad (1)$$

$$\sum_{i=1+g_{4(l-1)}}^{g_{4\times l}} x_{ik} \leq a_l \qquad k = 1,2,..,24;\ l = 1,2,..,t \qquad (2)$$

$$\sum_{i=1+g_{4(l-1)+u-1}}^{g_{4(l-1)+u}} \sum_{k=4(v-1)+1}^{4v} x_{ik} \leq b_{luv} \qquad u = 1,2,..,4;\ l = 1,2,..,t;\ v = 1,2,..,6 \qquad (3)$$

$$x_{ik},\ x_{jk} = 0 \text{ veya } 1 \qquad i = 1,2,..,m;\ j = 2,3,...,n;\ k = 1,2,..,24 \qquad (4)$$

kısıtları altında,

$$Enk\ z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=2}^{n} c_{ij} \times \sum_{k=1}^{24} Enk\ \{x_{ik}, x_{jk}\} \qquad (5)$$

Birinci grup (1) kısıt kümesinde her sınavın bir oturuma atanması zorunlu kılınmaktadır. Bir bölümde belirlenen bir sayıdan daha fazla sınav yapılamayacağı kısıdı ise ikinci kısıt (2) kümesinde tariflenmektedir. Üçüncü kısıt kümesinde (3) ise her sınıfın bir günde en fazla belirlenen sayıda sınavı aşmaması gerektiği ifade edilmektedir. Amaç sınavı çakışan öğrenci sayısının enküçüklenmesidir.

Yukarıda açıklanan modelin doğrusal olarak ele alınamamasının nedeni amaç fonksiyonun yapısından kaynaklanmaktadır. Amaç fonksiyonunda her iki dersin de aynı oturuma atanması durumunda sıfır-bir tamsayı değerini alan bir terim bulunmaktadır. Söz konusu ifadenin doğrusal bir yapıya dönüştürülmesi durumunda problem doğrusal karar modeli olarak geliştirilebilir.

4. Sonuç

Sınav çizelgesi oluşturma probleminin çözümünde bütünsel en iyi sonucu vermesine rağmen, doğrusal karar modeline dönüştürülmesi durumunda problem boyutları çok hızlı büyümektedir. Model boyutlarının hızlı büyümesi karar değişkeni ve kısıt sayılarının hızlı artması anlamına gelir ki bu da modelin çözümü için gereken süreyi olumsuz yönde etkilemektedir. Karar modelinin çözümünde hangi amaç fonksiyonunun daha etkin olduğunun ve çakışma matrisinin yoğunluğunun çözüm süresine anlamlı bir etkisinin olup olmadığın incelenmesi ayrı çalışma konularıdır.

Kaynaklar

Burke E.K., and Petrovic S., Recent research directions in automated timetabling, *European Journal of Operational Research*, 2002.

Dimopoulou M., and Miliotis P., Implementation of a university course and examination timetabling system, *European Journal of Operational Research*, 130, 202-213, 2001.

Merlot L.T.G., Boland N., Hughes B.D., and Stuckey P.J., A hybrid algorithm for the examination timetabling problem, *The University of Melbourne*, Working paper, 2002.

Thompson J.M., and Dowsland K.A., A robust simulated annealing based examination timetabling system, *Computers and Operations Research*, Vol. 25, No. 7/8, 637-648, 1998.