

STOK İÇİN ÜRETİM SİSTEMİNDE TEK TÜKETİCİ SINIFI VE YİTİK SATIŞLARLA ENVANTER FİYATLANDIRMASI VE İKMALİ

İşlay Talay Değirmenci, Fikri Karaesmen, Lerzan Örmeci
Koç Üniversitesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, 34450, İstanbul

Özet: Bu çalışmada, sonsuz zaman ölçütünde ürün gamında tek ürün bulunan ve stok için üretim sistemine göre üretim yapan bir tesis için ikmal kararlarını içeren değişken ve sabit fiyatlandırma politikalarının ortalama kar kriterine göre kıyaslanması amaçlanmaktadır. Sabit fiyatlandırma politikası ürün için en iyi sabit fiyatın belirlenmesini, değişken fiyatlandırma politikası ise önceden belirlenmiş birkaç fiyat arasından gelen müşteriye teklif edilecek fiyatın seçilmesini içermektedir. İki yöntemde de ikmal kararları üretimin yapılması veya yapılmaması şeklinde olup tüm kararlar o anki mevcut envanter miktarına göre verilmektedir. En iyi sabit fiyat, önerilebilecek fiyat aralığından en iyi ikmal politikasının - hedef stok (base stock) politikası- uygulandığı kabul edilerek seçilmektedir. Değişken fiyatlandırma politikası içinse, önceden belirlenecek birkaç fiyat en iyi sabit fiyata göre seçilmektedir. Elde edilen verilere göre, en iyi sabit fiyat için müşterinin ürünü satın alma olasılığı arttıkça en iyi asgari stok miktarının da yükseldiği; kullanım katsayısı 1'e yaklaştıkça değişken ve sabit fiyatlandırma politikalarının ikmal kararları açısından daha fazla benzerlik gösterdiği ve değişken ve sabit fiyatlandırma politikaları ile elde edilen ortalama karlar arasındaki farkın yükseldiği sonucuna varılmıştır. Son olarak değişken fiyatlandırmanın sabit fiyatlandırma en iyi biçimde yapıldığında karı çok büyük miktarlarda yükseltmediği neticesine varılmıştır.

Anahtar Kelimeler: *İkmal Politikası İçeren Değişken ve Sabit Fiyatlandırma, Ortalama Kar, Yitik Satışlar*

INVENTORY PRICING AND REPLENISHMENT IN A MAKE-TO-STOCK PRODUCTION SYSTEM WITH SINGLE DEMAND CLASS AND LOST SALES

Abstract: This study compares dynamic pricing and static pricing policies involving replenishment decisions according to optimal average profit criterion over an infinite horizon in a single-item, make-to-stock production facility. The pricing decision is to choose the optimal static price for static pricing and to choose one of the three possible prices to offer for dynamic pricing, and the replenishment decision is to produce or not, and these decisions are made according to the current amount of inventory. The state space is finite with lower boundary of zero and upper boundary of warehouse capacity. The optimal static price is chosen among the range of possible prices assuming the optimal replenishment policy (base stock policy) is applied, and the three possible prices to offer were chosen round the optimal static price. The results showed that as probability of buying for the static price increases, the optimal base stock level increases, too. Also, as the utilization rate of the system approaches to 1, replenishment policies of dynamic and static pricing become more similar and difference between average profits of dynamic pricing and static pricing increase. Finally, it is concluded that dynamic pricing does not bring a serious increase in profit when static pricing is done optimally.

Keywords: *Dynamic and Static Pricing with Replenishment, Average Profit, Lost Sales*

1. Giriş

İnternet kullanımının hızla yaygınlaşması firmalara fiyatlandırma politikalarında hızlı değişiklik yapma şansını vermiş ve firmalar yeni fiyatlandırma stratejileri arayışına girmiştir. E-business'da kullanımı yaygın olan fiyatlandırma modellerinden birisi de bir ürünün fiyatında zaman içerisinde hızlı değişiklikler yapılabilmesini sağlayan "dinamik fiyatlandırma"dır.

Fiyatlandırma politikalarının ikmal kararlarının eniyilemesi üzerindeki etkisi fiyatlandırma ve ikmal politikalarının birlikte eniyilemesi ihtiyacını doğurmuştur. Bundan dolayı, dinamik fiyatlandırma modelinin analizi bir üretim sisteminde yapılmış; dinamik ve sabit fiyatlandırma politikaları ikmal kararlarının da eniyilemesini içerecek şekilde kar eniyilemesi yapılarak karşılaştırılmıştır.

Dinamik fiyatlandırma metodunun iş dünyasındaki uygulamalarda giderek artan bir öneme sahip olması Chan ve diğerleri (2003) tarafından vurgulanmış ve müşterinin satın alma olasılığını modelleyen ve fiyatı bir karar değişkeni olarak kullanan araştırmacıların çalışmaları Elmaghraby ve Şenocak (2003) tarafından özetlenmiştir. Ha (1997), birden çok müşteri sınıfı ve yitik satışlarla en iyi ikmal kararlarının

yapısını Markov Karar Süreçleri'ni kullanarak ele almıştır. Li (1988) de sabit ve dinamik fiyatlandırma modellerinde en iyi ikmal politikalarının yapısını incelemiştir.

2. Model

Sabit ve dinamik fiyatlandırma politikalarının karşılaştırıldığı bu modelde tek müşteri sınıfı bulunmakta ve müşterilerin geliş zamanları λ birim oranlı Poisson süreci ile ifade edilmektedir. Üretim süresi ise $1/\mu$ beklenen değerine sahip üstel dağılım ile gösterilmektedir ve bir adet ürün sunucu bulunmaktadır.

Sabit fiyatlandırma politikası ürün için en iyi sabit fiyatın belirlenmesini, değişken fiyatlandırma politikası ise önceden belirlenmiş birkaç fiyat arasından gelen müşteriye teklif edilecek fiyatın seçilmesini içermektedir. İki yöntemde de ikmal kararları üretimin yapılması veya yapılmaması şeklinde olup tüm kararlar o anki mevcut envanter miktarına göre verilmektedir. Üretim her seferde sadece bir adet ürün imal edilmesi şeklinde yapılmaktadır.

Müşterinin ürünü satın alma kararının içerdiği rassallık bir mal ya da hizmet alıcısının piyasada üstüne çıkamayacağı alış fiyatı (reservation price, "R") ile gösterilmiştir. Dolayısıyla firma tarafından satış fiyatı "p" olarak teklif edildiğinde müşterinin satın alma olasılığı $P(R \geq p) = F(p)$ ile gösterilir. Müşterilerin sisteme girmeleri, sisteme gelişlerini ve malı satın almaya karar vermelerini gerektirdiğinden sisteme girişler $\lambda(p) = \lambda F(p)$ birim oranı ile ifade edilmiştir. $\lambda(p)$ parametresinin üst sınırı $\lambda_m = \lambda$ olup bu varsayım Markov Karar Süreci'nin zaman ayrık olarak modellenmesini sağlamaktadır. Ortalama kar ise ortalama kazançtan envanter stoklama maliyetinin çıkarılmasıyla bulunmaktadır.

Sayısal çalışmada en iyi sabit fiyat, önerilebilecek fiyat aralığından en iyi ikmal politikasının -hedef stok (base stock) politikası- uygulandığı kabul edilerek seçilmektedir. Değişken fiyatlandırma politikası içinse, önceden belirlenecek birkaç fiyat en iyi sabit fiyata göre tespit edilmektedir.

2.1. Sabit Fiyatlandırma

Sayısal çalışmada sabit ve dinamik fiyatlandırma politikaları, önerilebilecek fiyat aralığına göre ayrılan on iki sistemde karşılaştırılmıştır. Önerilebilecek fiyat aralığı, teklif edilebilecek en düşük fiyat (p_{\min}) ve en yüksek fiyat (p_{\max}) ile belirlenmiş olup bu fiyatlar şu eşitlikleri sağlamaktadır: $F(p_{\min})=1$ ve $F(p_{\max})=0$. $F(p)$ fonksiyonu ise, ($p_{\min}, 1$) ile ($p_{\max}, 0$) noktalarından geçen doğrusal fonksiyon olarak alınmıştır. Bu iki sınır fiyat için müşterilerin sisteme girişlerini temsil eden birim oranlar ise şöyledir: $\lambda(p_{\min}) = \lambda_m$ $\lambda(p_{\max})=0$. En iyi sabit fiyat aşağıdaki adımlara göre belirlenmiştir:

Adım 1. Önerilebilecek tüm fiyatlar [p_{\min}, p_{\max}] aralığındaki tam sayılardan oluşmaktadır.

Adım 2. Önerilebilecek her fiyat için en iyi ikmal politikası uygulanarak elde edilecek en iyi beklenen ortalama kar hesaplanmıştır. Önerilebilecek bir fiyat için en iyi ikmal politikası, Li (1988) tarafından gösterildiği gibi hedef stok (base-stock) şeklinde olup bu politika içbükey olan beklenen ortalama kar fonksiyonun optimum envanter seviyesine sahip olmasından dolayı envanter seviyesinin hep en iyi S^* seviyesine ulaştırılmasını hedefler. Dolayısıyla, belli bir fiyat için en iyi envanter seviyesi, "S" ve "S+1" seviyeleri için beklenen ortalama kar farkının negatif değere sahip olduğu ilk seviyedir. Bu fark matematiksel olarak aşağıdaki şekilde gösterilir:

$$E[AP.(S+1)] - E[AP.(S)] = \frac{\rho^{S+1}(F[p]p\lambda(-1+\rho)^2 - h(1+S-2\rho - S\rho + \rho^{S+2}))}{(-1+\rho^{S+1})(-1+\rho^{S+2})}, \quad \rho \neq 1 \quad (1)$$

$$E[AP.(S+1)] - E[AP.(S)] = -\frac{h}{2} + \lambda.F[p].p \left[(S^2 + 3S + 2)^{-1} \right], \quad \rho = 1 \quad (2)$$

Burada "E[AP.(S)]", söz konusu fiyat için hedeflenen ikmal seviyesi "S" olarak alındığında elde edilmesi beklenen ortalama karı, "p" ise kullanım katsayısını belirtmektedir. Bu sistemde envanter artışı " μ ", azalışı ise " λ " birim oranı ile gerçekleştiği için kullanım katsayısı " μ/λ " şeklinde ifade edilmektedir. Yukarıdaki farkın negatif değer aldığı ilk "S" değeri söz konusu fiyat için en iyi envanter seviyesi olup, o fiyat için en iyi beklenen ortalama kar değeri ise aşağıdaki ifadeye göre bulunmuştur:

$$E[AP.(S)] = -h \sum_{i=0}^S i.\pi_i + \lambda.F[p](1 - \pi_0)p \quad (3)$$

Adım 3. Ele alınan sistem için önerilebilecek tüm fiyatlara ait en iyi beklenen ortalama kar hesaplanmış ve en yüksek değeri veren fiyat, o sistemde sabit fiyatlandırma politikası için kullanılacak en iyi fiyat olarak tespit edilmiştir.

2.2. Dinamik Fiyatlandırma

Sabit fiyatlandırmada kullanılacak optimal fiyatın bulunmasından sonra sayısal çalışmada önceden belirlenmek üzere üç fiyatın kullanılmasına karar verilmiş, bu fiyatlar p_{low} , p_{medium} , p_{high} , olarak gösterilmiştir. Envanter kapasitesi “M” ile gösterilmiş ve Markov Karar Süreci denklemleri aşağıdaki şekilde kurulmuştur:

Stok seviyesi 0 için,

$$g+u[0]=\max \{[-h(0)+\lambda u[0]+\mu u[0]+[1-(\lambda+\mu)]u[0]],[-h(0)+\lambda u[0]+\mu u[1]+[1-(\lambda+\mu)]u[0]]\}, \quad (4)$$

Stok seviyesi x için ($0 < x < M$),

$$g+u[x]=\max \begin{cases} [-h(x)+\lambda F(p_{low}) [p_{low} + u[x-1]] + \lambda (1-F(p_{low})) u[x] + \mu u[x] + [1-(\lambda+\mu)] u[x]], \\ [-h(x)+\lambda F(p_{medium}) [p_{medium} + u[x-1]] + \lambda (1-F(p_{medium})) u[x] + \mu u[x] + [1-(\lambda+\mu)] u[x]], \\ [-h(x)+\lambda F(p_{high}) [p_{high} + u[x-1]] + \lambda (1-F(p_{high})) u[x] + \mu u[x] + [1-(\lambda+\mu)] u[x]], \\ [-h(x)+\lambda F(p_{low}) [p_{low} + u[x-1]] + \lambda (1-F(p_{low})) u[x] + \mu u[x+1] + [1-(\lambda+\mu)] u[x]], \\ [-h(x)+\lambda F(p_{medium}) [p_{medium} + u[x-1]] + \lambda (1-F(p_{medium})) u[x+1] + \mu u[x] + [1-(\lambda+\mu)] u[x]], \\ [-h(x)+\lambda F(p_{high}) [p_{high} + u[x-1]] + \lambda (1-F(p_{high})) u[x] + \mu u[x+1] + [1-(\lambda+\mu)] u[x]], \end{cases} \quad (5)$$

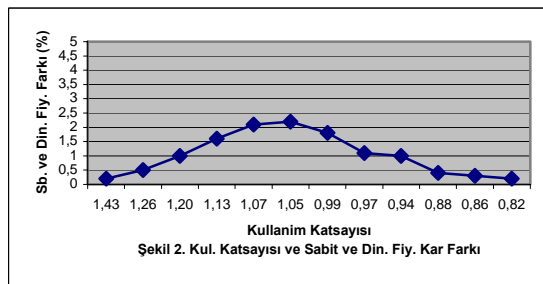
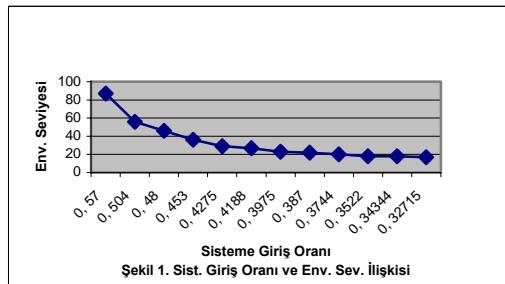
Stok seviyesi M için,

$$g+u[M]=\max \begin{cases} [-h(x)+\lambda F(p_{low}) [p_{low} + u[M-1]] + \lambda (1-F(p_{low})) u[M] + \mu u[M] + [1-(\lambda+\mu)] u[M]], \\ [-h(x)+\lambda F(p_{medium}) [p_{medium} + u[M-1]] + \lambda (1-F(p_{medium})) u[M] + \mu u[M] + [1-(\lambda+\mu)] u[M]], \\ [-h(x)+\lambda F(p_{high}) [p_{high} + u[M-1]] + \lambda (1-F(p_{high})) u[M] + \mu u[M] + [1-(\lambda+\mu)] u[M]] \end{cases} \quad (6)$$

Her envanter seviyesinde hangi fiyatın önerileceğini ve ikmal yapılıp yapılmayacağını belirlemek için bu denklemler Doğrusal Programlama modeline dönüştürülmüş ve sayısal örnekle çalışmada kullanılması belirlenen veriler girilerek çözülmüştür.

3. Sonuçlar

İncelenen sistemlerde alt fiyat sınırı 500’de sabit tutulmuş, üst fiyat içinse 520-4500 arasında çeşitli değerler kullanılmıştır. $\lambda_m=0.6$ ve $\mu=0.4$ olarak alınmıştır. En iyi sabit fiyat bulunduktan ve sabit fiyatlandırmada elde edilebilecek en iyi ortalama kar belirlendikten sonra dinamik fiyatlandırmada kullanılacak p_{low} , p_{medium} , p_{high} , değerleri şu şekilde seçilmiştir: En iyi sabit fiyat= p_{medium} , $p_{low} = (p_{medium}-a)$, $p_{high} = (p_{medium}+b)$. “a” ve “b” değerleri şu koşullara uymaktadır: $0 \leq a-b \leq 20$ ve $1 \leq a$, $b \leq 700$. Elde edilen verilere göre, müşterilerin sisteme giriş birim oranı ile ikmal seviyesi doğru orantılıdır (Bkz. Şekil 1); ayrıca sistemin kullanım katsayısı 1’e yaklaştıkça sabit ve dinamik fiyatlandırma arasındaki kar farkı da % 2.2 olmak üzere en büyük değerini almaktadır (Bkz. Şekil 2).



Kaynaklar

Chan, L. M. A., Shen Z. J. M., Simchi-Levi, D., and Swann, J. L., Coordination of pricing and inventory decisions: A survey and classification. *Technical Report*, 2003.

Elmaghraby, W., and Keskinocak, P., Dynamic pricing: Research overview, current practices and future directions. *Technical Report*, 2003.

Ha, A. Y., Inventory rationing in a make-to-stock production system with several demand classes and lost sales. *Management Science*, 43 (1997), 1093-1103.

Li, L., A stochastic theory of the firm. *Mathematics of Operations Research*, 13(3), 447-466, 1988.