

OKUL ARAÇ ROTALAMA PROBLEMİNİN TAMSAYILI PROGRAMLAMA İLE ÇÖZÜMÜ

Tolga Bektaş, Seda Elmastaş

Başkent Üniversitesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, Ankara.

Özet: Bu bildiriye, Ankara merkezinde bulunan bir okulun servis araçlarının rotalarının belirlenmesi problemi ele alınmıştır. Problem, bir serim üzerinde tüm araçlar tarafından katedilen toplam mesafeyi enküçükleyecek ve her düğüme bir defa uğranılacak şekilde, merkez düğüme bağlı, kapasite ve uzaklık kısıtlarını aşmayan k adet rotanın belirlenmesi problemi olarak ele alınmıştır. Probleme ilişkin bir tamsayılı doğrusal karar modeli geliştirilmiş, modele ilişkin geçerli eşitsizlikler önerilmiş, modelin CPLEX ile elde edilen en iyi çözümü verilmiştir. Elde edilen çözümün, mevcut uygulamayla karşılaştırıldığında daha iyi bir sonuç verdiği gözlenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Okul Araç Rotalama, Tamsayılı Programlama, Eniyi Çözüm

1. Giriş

En genel tanımıyla okul araç rotalama problemi, öğrencilerin okuldan evlerine, toplu taşıma araçları kullanılarak ve bazı özel kısıtlar altında taşınması problemidir. Problemin amacı, genellikle araçlar (ve öğrenciler) tarafından katedilen toplam mesafeyi ya da toplam taşıma maliyetini enküçükmektir. Bu probleme ilişkin karşılaşılabılır kısıtlar, her aracın mevcut kapasitesinin aşılması, öğrencilerin yolda geçirecekleri toplam sürenin öngörülen belli bir değeri aşmaması ve her öğrencinin belli zaman aralıklarında belli noktalardan alınması şeklinde ifade edilebilir.

Okul araç rotalama problemi, bazı yönleriyle, yöneylem araştırması literatüründe iyi bilinen Kapasiteli Araç Rotalama Problemine (KARP) benzemektedir. Ancak KARP'ta, araçların rotalarına başladıkları yere geri dönme zorunluluğu vardır. Okul araç rotalamada ise, servis araçları genellikle tek bir yoldan öğrencileri alarak, yine aynı yol üzerinde aynı öğrencileri bırakırlar. Dolayısıyla araçların okula geri dönme zorunluluğu yoktur. O halde KARP'ta rotalar *tur*, okul araç rotaları ise *yol* şeklindedir.

Bu çalışmada, merkezi Ankara'da bulunan bir ilköğretim okulu için, Ankara genelinde oturan öğrencilerin taşınması problemi incelenerek, tamsayılı programlama yardımıyla en iyi rotalama planının bulunması hedeflenmiştir. Detaylar, aşağıda ilgili başlıklar altında açıklanmıştır.

2. Ele Alınan Problem

Ankara'da ele alınan ilköğretim okulunun, öğrencilerin taşınması içi anlaşmalı olarak çalıştığı bir firma mevcuttur. Firma, mevcut durumda 33 öğrencilik ortak kapasiteye sahip 26 aracıyla, Ankara'nın çeşitli yerlerinden öğrencilerin okul ve evlerine ulaşımını sağlamaktadır. Taşınacak toplam öğrenci sayısı 519 ve mevcut uygulamada tüm araçlar tarafından katedilen toplam uzaklık, tek yönlü taşıma için 246.736 km'dir. Okul, aynı zamanda öğrencilerin araç içerisinde 25 km.'den fazla yol katetmelerine istememektedir.

3. Geliştirilen Karar Modeli

Bu çalışmada bahsedilen okul araç rotalama problemi, V düğüm seti ve A ayrıt setini gösteren bir $G = (V, A)$ serimi üzerinde, verilen bir başlangıç noktası (0. düğüm) ve bir bitiş noktası (n . düğüm) arasında tüm düğümlerin herhangi bir araç tarafından sadece bir defa ziyaret edildiği ve toplam dolaşım maliyeti enküçük olan turların bulunması problemi olarak modellenmiştir. Öğrencilerin bulunduğu düğümler ara düğümler olarak isimlendirilmiş, bu küme I ile gösterilmiştir. Karar modelinde kullanılan parametre ve karar değişkenleri aşağıda verilmiştir:

Parametreler:

- Q : Her bir aracın (ortak) kapasitesi (kişi)
- c_{ij} : i noktasından j noktasına olan uzaklık (m) ($i \neq j, i, j \in V$)
- q_i : i . düğüme alınması ya da bırakılması gereken öğrenci sayısı ($i \in I$)
- f : Bir aracının dağıtım veya toplama için maliyeti (TL)
- T : Bir aracın katedebileceği en büyük uzaklık (m)

Karar Değişkenleri:

- X_{ij} : 1, servis aracı i . düğümden j . düğüme giderse; 0, diğer durumda ($i \neq j, i, j \in V$)

- u_i : i . düğümünden çıkışta araçta bulunan öğrenci sayısı ($i \in I$)
 v_i : i . düğüme kadar gelen aracın, başlangıç noktasından itibaren katettiği toplam mesafe ($i \in I$)
 k : Servis sayısı

Verilen tanımlamalara göre problem için geliştirilen karar modeli aşağıdaki gibidir.

$$\sum_{i \in I} X_{0i} - k = 0 \quad (1)$$

$$\sum_{i \in I} X_{in} - k = 0 \quad (2)$$

$$\sum_{j \in I} X_{ij} = 1 \quad (i \in I) \quad (3)$$

$$\sum_{i \in I} X_{ij} = 1 \quad (j \in I) \quad (4)$$

$$u_i - u_j + QX_{ij} + (Q - q_i - q_j)X_{ji} \leq Q - q_j \quad (i \neq j, i, j \in I) \quad (5)$$

$$u_i - q_i \geq 0 \quad (i \in I) \quad (6)$$

$$u_i - q_i X_{0i} + QX_{0i} \leq Q \quad (i \in I) \quad (7)$$

$$v_i - v_j + (T - c_{in} - c_{0j} + c_{ij})X_{ij} + (T - c_{in} - c_{0j} - c_{ji})X_{ji} \leq T - c_{in} - c_{0j}, \quad (i \neq j, i, j \in I) \quad (8)$$

$$v_i - c_{0i} X_{0i} \geq 0 \quad (i \in I) \quad (9)$$

$$v_i - c_{0i} X_{0i} + TX_{0i} \leq T \quad (i \in I) \quad (10)$$

$$X_{ij} \in \{0,1\} \quad (i \neq j, i, j \in V) \quad (11)$$

kısıtları altında

$$enkz = \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} \alpha c_{ij} X_{ij} + f.k$$

Karar modelinin amaç fonksiyonu, tüm araçlar tarafında katedilecek toplam mesafeyi ve toplam araç kullanma maliyetini göstermektedir. Burada α , bir metre için gerekli ulaşım maliyetini, f ise kullanılan araç başına katlanılması gereken sabit maliyeti göstermektedir. Söz konusu modelde (1) ve (2) numaralı kısıtlar, başlangıç düğümünden k aracın çıkmasını ve aynı sayıda aracın bitiş düğümüne girmesini sağlamaktadır. (3) ve (4) numaralı kısıtlar atama kısıtlarıdır ve her ara düğümün sadece bir defa ziyaret edilmesini sağlamaktadır. (5), (6) ve (7) numaralı kısıtlar, kapasiteye ilişkin kısıtlardır. Burada (5) no.lu kısıt, Kara vd. (2004) tarafından Kapasiteli Araç Rotalama Problemi için önerilen kısıtlardır ve (6) ve (7) no. lu kısıtlarla birlikte herhangi bir rotada bir aracın en fazla kapasitesi kadar öğrenci almasını sağlar. Bu kısıtlar aynı zamanda, problem için uygun olmayan turların (altturların) oluşumunu da engelleme görevi görürler. Söz konusu kısıtlardaki u_i değişkenleri, bir aracın i . düğümünden ayrılırken taşıdığı mevcut yükü gösterir. Benzer şekilde, (8), (9) ve (10) numaralı kısıtlar, bir araç rotasının uzunluğunun en fazla T olmasını öngörür. Burada (8) no.lu kısıt, Kara ve Bektaş (2003) tarafından geliştirilen metod yardımıyla türetilmiş, diğer kısıtlar ise bu probleme özgü olarak türetilmiştir.

4. Çözüm Detayları

Öğrencilerin toplanması/dağıtılması gereken noktalar Ankara genelinde dağınık bir şekilde olduğundan, bunların makul büyüklüklerde gruplandırılması düşünülmüştür. Gruplandırma sonucunda yaklaşık olarak eşit büyüklükte 29 alt bölge oluşmuştur. İlgili alt bölgenin merkezi, o bölgede bulunan öğrencilerin toplama/dağıtma noktası olarak seçilmiştir. Her bir alt bölgede öğrencilerin evlerinden duraklara olan yürüme mesafeleri de ihmâl edilebilir niteliktedir. Merkez düğümler arasındaki uzaklıklar, bir coğrafi bilgi sistemi olan MapInfo programı yardımıyla hesaplanmıştır. Bu hesaplamalarda, herhangi iki düğüm arasındaki uzaklık, mevcut trafik kuralları ve servislerin kullanabilecekleri yollar gözönünde bulundurulmuş, bu düğümler arasındaki en kısa mesafe olarak belirlenmiştir. Oluşturulan 31x31'lik uzaklık matrisi simetrik, ancak şehiriçi yollar söz konusu olduğundan üçgen eşitliğini sağlamayan bir matristir.

3. bölümde önerilen karar modeli, toplanan verilerle oluşturulmuş; eniyi çözümü ise Sun UltraSPARC 12x400 MHz iş istasyonunda, CPLEX 9.0 kullanılarak 202.31 saniyede elde edilmiştir. Çözüm sonunda elde edilen tüm araçların katettiği toplam mesafe 209.746 km.'ye düşmüş, maliyette ise mevcut uygulamaya göre %28.6 oranında daha iyi bir çözüm elde edilmiştir.

5. Önceki Çalışmalar

Bu bölümde, yaklaşık 30 yıldır yöneylem araştırması literatüründe incelenmekte olan okul araç rotalama problemi ile ilgili yapılan çalışmalardan bazı örnekler verilecektir. Konuyla ilgili ilk çalışmalardan birisi olan Angel vd. (1972), okul araçları için kapasite ve zaman kısıtlarını aşmadan, kullanılan araç sayısını ve katedilen toplam mesafeyi en küçükleyecek şekilde, bir çizelgeleme algoritması önermişlerdir. Ele alınan problem, ABD-Indiana'da 1500 öğrencinin dağıtımının yapılması ile ilgilidir.

Çok daha yakın bir zamanda, Braca vd. (1997), New York'ta bulunan 73 okul için, 4619 öğrencinin taşınması problemini ele almış, problemin çözümü için sezgisel bir algoritma önermişlerdir. Yazarlar aynı zamanda problem için iki karar modeli geliştirmiş, ancak bu modeller çözümden kullanılmamıştır. Başka bir çalışmada, Li ve Fu (2002) Hong Kong'da 54 noktadan toplanması gereken 86 anaokulu öğrencisi için, kullanılan servis sayısını ve servislerin toplam rota zamanını en aza indirmek, aynı zamanda servis yük ve rota zamanlarını dengeli bir şekilde dağıtmak için, zaman kısıtı ve araç kapasitelerini de gözönünde bulundurarak, bir dağıtım planı geliştirmişlerdir. Plan sezgisel bir algoritma ile elde edilmiş, bu çözümle mevcut uygulamaya göre %29 oranında bir iyileştirme sağlanmıştır.

6. Sonuçlar ve Sonraki Çalışmalar için Gözlemler

Okul araç rotalamaları, günlük hayatta genellikle kişilerin sezgi veya tecrübelerine dayanarak yapılmakta, ancak ortaya çıkan planlar, maliyet veya süre açısından istenilen düzeyde olmamaktadır. Literatürde incelenen okul araç rotalama problemleri ise, genellikle sezgisel yöntemler kullanılarak çözülmüş, bu durumda bile mevcut uygulamalara kıyasla çok daha iyi çözümler elde edilmiştir. Bu çalışmada ele alınan problem için, tamsayılı karar modeli yardımıyla eniyi çözüm bulunarak, mevcut uygulamaya göre %30'a yakın bir maliyet azaltımı sağlanmıştır. Problem, makul boyutlarda olduğu için modelin eniyi çözümü bir paket program yardımıyla rahatlıkla bulunmuştur. Dolayısıyla bu çalışma, eniyi çözümü hedeflemesi bakımından, önceki çalışmalardan ayrılmaktadır. Geliştirilen karar modeli, ayrıca probleme özgü başka kısıtların da doğrudan eklenmesine izin verecek kadar esnek olduğu için, benzer yapıda fakat değişik kısıtlar da içeren (zaman aralığı kısıtları gibi) problemlerin çözümünde kullanılabilir.

Kaynaklar

Angel R.D., Caudle W.L., Noonan R. ve Whinston A., Computer-Assisted School Bus Scheduling. *Management Science*, 18, 279-288, 1972.

Braca J., Bramel J., Posner B. ve Simchi-Levi D., A Computerized Approach to the New York City School Bus Routing Problem. *IIE Transactions*, 29, 693-702, 1997.

Kara, İ. ve Bektaş, T., A method for deriving subtour elimination constraints of assignment based integer linear programming formulations of routing problems. *Teknik Rapor*. Başkent Üniversitesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, Ankara, 2003.

Kara İ., Laporte G. ve Bektaş T., A note on the lifted Miller–Tucker–Zemlin Subtour Elimination Constraints for the Capacitated Vehicle Routing Problem, *European Journal of Operational Research* (baskıda), 2004.

Li L.Y.O. ve Fu Z., The School Bus Routing Problem: A Case Study. *Journal of the Operational Research Society*, 53(5), 552 – 558, 2002.