İKİ ÖLÇÜTLÜ SIRA BAĞIMLI HAZIRLIK ZAMANLI ÇİZELGELEME PROBLEMİ İÇİN TAMSAYILI PROGRAMLAMA MODELİ

Tamer Eren
Kırıkkale Üniversitesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, 71450, Kırıkkale
Ertan Güner
Gazi Üniversitesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, 06570, Maltepe, Ankara

Özet: Bu çalışmada tek makinalı sıra-bağımlı hazırlık zamanlı iki ölçütlü bir çizelgeleme problemi dikkate alınmıştır. Sıra-bağımlı hazırlık zamanında gereken hazırlık, hem o anda işlem görecek işe hem de bir önce yapılan işe bağlıdır. Çizelgeleme literatüründe, sıra-bağımlı hazırlık zamanı ile ilgili yapılan çalışmalar tek ölçüt üzerinde yoğunlaşmışken çok ölçütlü çalışmalar oldukça azdır. Bu çalışmada iki ölçüt dikkate alınmış olup bu ölçütler toplam tamamlanma zamanı ve toplam gecikmedir. Tek ölçütlü, sıra-bağımlı hazırlık zamanlı çizelgeleme problemlerinin hemen hepsi NP-zor sınıfındadır. Bizim incelediğimiz problem ($n/1/s_{jk}/\alpha\sum C+\beta\sum T$) ise daha da zor bir problemdir. Problemin çözümü için bir tamsayılı programlama modeli önerilmiştir. Sunulan model bir örnek üzerinde gösterilmiştir.

Anahtar Kelimeler: *Tek Makinalı Çizelgeleme, İki Ölçüt, Sıra-Bağımlı Hazırlık Zamanı, Tamsayılı Programlama*

AN INTEGER PROGRAMMING MODEL FOR A BICRITERIA SCHEDULING PROBLEM WITH SEQUENCE-DEPENDENT SETUP TIMES

Abstract: In this study, we considered a bicriteria scheduling problem with sequence-dependent setup times on a single machine. Machines often have to be reconfigured or cleaned between jobs. This process is known as a setup. If the length of the setup depends on the job just completed and on the one about to be started, then the setup times are sequence-dependent. If job j is followed by job k, then the setup is denoted by $s_{jk.}$ Scheduling studies about the sequence dependent setup times have been focused on the single criterion problems. Considered criteria in our study are; total completion time($\sum C$) and total tardiness ($\sum T$). All of the sequence-dependent setup times problems with single criterion are NP-hard class. The scheduling problemconsidered here ($n/1/s_{jk}/\alpha\sum C+\beta\sum T$) is also harder than them. We propose an integer programming model to solve the problem.

Keywords: *Single Machine Scheduling, Bicriteria, Sequence-Dependent Setup Times, Integer Programming*

1. Giriş

Sıra-bağımlı hazırlık zamanlı toplam tamamlanma zamanının ($\sum C$) enküçüklemesi probleminin NP-zor olduğu Kan (1976) tarafından gösterilmiştir. Bu problemi, Bianco vd. (1993) kümülatif gezgin satıcı problemine, Fischetti vd., (1993) ise postacı problemine benzeterek kesin çözüm veren yöntemler geliştirmişlerdir. Toplam gecikme ($\sum T$) problemi ise hazılık zamanı olmadığı zamanda bile NP-zor olduğu bilinmektedir (Du ve Leung, 1990). Sıra-bağımlı hazırlık zamanlı toplam gecikme problemi ile ilgili olarak, Ragatzh (1993), Raman vd. (1989) ve Lee vd. (1997) dağıtım kuralını kullanarak öncelik indeksi hesaplayıp yerel arama yöntemi geliştirmiştir. Rubin ve Ragatz (1995) genetik algoritma ve rassal iş çiftlerinin yer değiştirmesi metodunu, Tan ve Narasimhan (1997) tavlama benzetimi yöntemi, França vd (2001) ise memetic algoritması kullanarak aynı problem için sezgisel yöntem geliştirmişlerdir. Ayrıca Tan vd. (2001), daha once problem için geliştirilen dört yöntemi (Raman vd., 1989; Rubin ve Ragatz, 1995; Tan ve Narasimhan, 1997) karşılaştırmışlardır. Biz bu çalışmada toplam tamamlanma zamanı ve toplam gecikmenin ağırlıklı toplamını sıra-bağımlı hazırlık zamanlı durumda dikkate aldık. Çalışmanın ikinci bölümünde önerilen model verilip bir örnek üzerinde gösterilecektir.

2. $n/1/s_{jk}/\alpha\sum C+\beta\sum T$ Problemi İçin Tamsayılı Programlama Modeli

İncelediğimiz problemde tek makina üzerinde yapılcak n tane iş (j=1, 2, …,n) sıfırıncı zamanda işlem için hazırdır. p_j, j işinin işlem zamanını d_j, j işinin teslim tarihini göstermektedir. İşler tek makina üzerinde kesintisiz olarak işlem görmekte olup makina üzerinde birim zamanda sadece tek bir işin işlemi yapılabilir. Bir işin tamamlanma zamanı teslim tarihini geçerse o iş için gecikme ortaya çıkar. Yani $T_j = \max\{C_j - d_j, 0\}$ dir. Burada C_j ve T_j sırasıyla, j işini tamamlanma zamanı ve gecikmesidir. Bu çalışmada incelenen ölçütlerden birisi toplam tamamlanma zamanıdır. Çalışmada incelenen ikinci ölçüt ise toplam gecikmedir. Böylece inceleyeceğimiz problem $1/s_{jk}/\alpha\sum C+\beta\sum T$ olarak ifade edilebilir. Burada s_{jk}, *k* işi *j* işini takip ettiğinde sıra-bağımlı hazırlık zamanını göstermektedir. α ve β ise toplamları bire eşit olan toplam tamamlanma zamanı ve toplam gecikmenin ağırlık katsayılarıdır. Modelde kullanılan parametre ve değişkenler aşağıda topluca verilmiştir.

Parametreler

n:	iş sayısı	
p_j :	*j* işinin işlem zamanı	
s_{jk} :	*j* işi *k* işinden önce sıralandığında *k* işinin sıraya-bağımlı hazırlık zamanı	
B:	büyük bir sayı	
α :	Toplam tamamlanma zamanın ağırlık değeri	$0<\alpha<1$
β :	Toplam gecikmenin ağırlık değeri	$\alpha+\beta=1$

Karar değişkenleri

C_j : *j* işinin tamamlanma zamanı

$$Y_{jk}: \begin{cases} 1 & \text{k, j'den sonra ise} \\ 0 & \text{dd} \end{cases}$$

T_j : j işinin gecikmesi $\qquad T_j = \max\{C_j - d_j, 0\}$.

0- 1 Tamsayılı Programlama Modeli

Amaç fonksiyonu: Min $\quad \alpha\sum_{j=1}^{n} C_j + \beta\sum_{j=1}^{n} T_j$

Kısıtlar

$C_j \geq p_j$	*j=1,2,…,n*			(1)
$C_j - C_k + B[Y_{jk}] \geq s_{kj} + p_j$	*j=1,2,…,n-1*	*k=2,3,…,n*	*k>j*	(2)
$C_k - C_j + B[1 - Y_{jk}] \geq s_{jk} + p_k$	*j=1,2,…,n-1*	*k=2,3,…,n*	*k>j*	(3)
$T_J \geq C_j - d_j$	*j=1,2,…,n*			(4)
$Y_{jk} \in \{0,1\}$,	*j=1,2,…,n-1*	*k=2,3,…,n*	*k>j*	(5)

Kısıt (1), *j* işinin tamamlanma zamanının *j* işinin işlem zamanından büyük veya eşit olduğunu göstermektedir. Kısıt (2) ve (3) aynı anda iki işin işlenmeğini ifade etmektedir. Kısıt (4), j işinin gecikmesi, j işinin tamamlanma zamanı ile teslim tarihi arasındaki farkından büyük veya eşit olmasını sağlamaktadır. Kısıt (5)'de Y_{jk} değerinin 0 veya 1 olmasını tanımlamaktadır. Ele alınan modelin 0-1 değişken sayısı $(n^2 - n)/2$, diğer değişkenlerin sayısı $(n+1)$ ve kısıt sayısı ise (n^2+n) dir. Burada *n* iş sayısını östermektedir. Modele ilişkin sayısal örnek çözümü aşağıda verilmiştir.

Sayısal örnek:

Tek makinalı sıra-bağımlı hazırlık zamanlı altı işli bir sistemde işlem zamanları ve sıra-bağımlı hazırlık zamanları Tablo 1'de verilmiştir. Toplam akış zamanını ve toplam gecikmeyi en küçükleyen sıralamayı bulalım.

Çözüm:

Verilen problem önerilen modelle α ve β değerleri 0.50 alınarak çözüldüğünde bulunan amaç fonksiyon değeri 587,50 sıralama ise 2-3-5-6-4-1 olarak bulunmuştur. Tamalanma zamanları sırasıyla 6-30-67-145-229-312 ve gecikmelerde yine sırasıyla 0-0-0-36-165-185 olarak bulunmuştur.

Tablo 1. Sayısal örneğin verileri

iş	1	2	3	4	5	6
p_j	78	6	14	80	27	76
dj	127	133	39	64	137	109

$s_{j\,k}$	1	2	3	4	5	6
1	-	6	19	11	0	10
2	11	-	10	8	11	7
3	19	18	-	13	10	12
4	5	16	12	-	7	0
5	18	12	7	13	-	2
6	18	3	14	4	6	-

3. Sonuç

Bu çalışmada tek makinalı sistemlerde sıra bağımlı hazırlık zamanlı iki ölçütlü çizelgeleme problemini çözmek için 0-1 karışık tamsayılı programlama modeli geliştirilmiştir. Kullanılan performans ölçütleri, ağırlıklı toplam tamamlanma zamanı ile toplam gecikmedir. Çalışmada problemin çözümü için 0-1 karışık tamsayılı programlama modeli geliştirilmiştir. Önerilen model, problem için geliştirilebilecek sezgisel yaklaşımların performanslarını belirlemede yardımcı olacağı düşünülmektedir. Problem boyutu arttıkça gerekli değişken ve kısıt sayısı üstel olarak arttığı için model büyük boyutlu problemlerin çözümünde etkin değildir. İncelediğimiz ölçütler dışında diğer performans ölçütleri için sıra-bağımlı hazırlık zamanı problemleri dikkate alınabileceği gibi çok makinalı durumlarda incelenebilir.

Kaynaklar

Bianco, L. vd., The Travelling Salesman Problem with Cumulative Costs, *Networks,* 23, 81-91, 1993.

Du, J., and Leung, J.Y.T., Minimizing total tardiness on one machine is NP-hard, *Mathematics of Operations Research,* 15**,** 483–495, 1990.

Fischetti, M. vd., The Delivery Man Problem and Cumulative Matroids", *Operations Research,* 41, 1055-1064, 1993.

França, P. M. vd., A Memetic Algorithm for The Total Tardiness Single Machine Scheduling Problem, *European Journal of Operational Research,* 132(1), 224–242, 2001.

Kan Rinnooy, A. H. G., *Machine Scheduling Problems,* Martinus Nijhoff, The Hague, 1976.

Lee, Y. H. vd., A Heuristic to Minimize The Total Weighted Tardiness with Sequence-Dependent Setups, *IIE Transactions,* 29, 45–52, 1997.

Ragatz G. L., A Branch-and-Bound Method for Minimum Tardiness Sequencing on A Single Processor with Sequence Dependent Setup Times, *In: Proceedings: Twenty-fourth Annual Meeting of The Decision Sciences Institute,* 1375-1377, 1993.

Raman, N. vd., Real Time Scheduling of An Automated Manufacturing Center, *European Journal of Operational Research***,** 40, 222–242, 1989.

Rubin P. A., and Ragatz, G. L., Scheduling in A Sequence Dependent Setup Environment with Genetic Search, *Computers and Operations Research***,** 22(1), 85–99, 1995.

Tan, K. C., and Narasimhan, R., Minimizing Tardiness on A Single Processor with Sequence-Dependent Setup Times: A Simulated Annealing Approach*, OMEGA***,** 25(6), 619–634, 1997.

Tan, K. – C. vd., "A Comparison of Four Methods for Minimizing Total tardiness on A Single Processor with Sequence Dependent Setup Times*, OMEGA,* 28(3), 313-326, 2001.