

ÖĞRENME ETKİSİNİN İKİ ÖLÇÜTLÜ PARALEL MAKİNALI ÇİZELGELEME PROBLEMLERİNDE UYGULANMASI

Tamer Eren

Kırıkkale Üniversitesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, 71450, Kırıkkale

Ertan Güner

Gazi Üniversitesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, 06570 Maltepe, Ankara

Özet: Bu çalışmada iki ölçütlü paralel makinalı çizelgeleme problemlerinde öğrenme etkisi dikkate alınmıştır. İncelenen problemde toplam tamamlanma zamanı ve maksimum tamamlanma zamanının ağırlıklı toplamının ($P_m / \text{ÖE} / \alpha \sum C + \beta C_{\max}$; ÖE, öğrenme etkisi) enküçüklenmesi amaçlanmıştır. Problemin çözümü için bir tamsayılı programlama modeli önerilmiştir. Model örnek bir problem üzerinde uygulanmıştır.

Anahtar Kelimeler: Çizelgeleme, Paralel Makina, Öğrenme Etkisi, İki Ölçüt, Tamsayılı Programlama

APPLICATION OF LEARNING EFFECT ON PARALLEL MACHINE SCHEDULING PROBLEM

Abstract: In this study, we consider a bicriteria scheduling problem with learning effect on parallel machines. The objective function of the problem is to minimize a weighted sum of total completion time and makespan ($P_m / LE / \alpha \sum C + \beta C_{\max}$; LE; learning effect). An integer programming model is proposed to solve this problem. Also the model is tested on an example.

Keywords: Scheduling, Parallel Machine, Learning Effect, Bicriteria, Integer Programming

1. Giriş

Birçok üretim tesisinde, üretim birimi (işçi veya makina) tarafından aynı veya benzer faaliyetlerin sürekli tekrarlanması sonucu üretim işleminde gelişme kaydedilir. Böylece bir ürün sıralamada ne kadar geç yapılırsa üretim zamanı o kadar kısaldır. Bu olgu literatürde öğrenme etkisi olarak bilinmekte olup yöneylem araştırmasının pek çok alanında bu konuda yapılmış pek çok çalışma vardır (Nadler ve Smith, 1963; Yelle, 1979). Çizelgelemenin genel içeriğinde öğrenme etkisi üzerinde yapılan çalışmalar ise son birkaç yıla dayanır. Tek makinada; Biskup (1999), Cheng, ve Wang, (2000), Mosheiov (2001a), Eren ve Güner (2001) ve Mosheiov ve Sidney (2003), akış tipinde; Eren ve Güner (2003, 2004) paralel makinada ise Mosheiov (2001b)'in yaptığı çalışmalar vardır.

Bu çalışmada da paralel makinada öğrenme etkili toplam tamamlanma zamanı ve maksimum tamamlanma zamanının ağırlıklı toplamının enküçüklenmesi için önerilen tamsayılı programlama modeli takip eden bölümde verilmiştir.

2. Problemin Tanımlanması ve Geliştirilen Model

Atölyeye gelen n iş sıfırinci zamanda işlem için hazırdır. Gelen işler m tane makinanın herhangi birisinde yapılabilmektedir. p_{ji} ; j işinin i makinasındaki işlem zamanını göstermektedir ($j = 1, 2, \dots, n$; $i = 1, 2, \dots, m$). Yani bu iş çizelgede birinci sırada çizelgelenirse j işinin işlem zamanıdır (hangi makinada olursa olsun). Öğrenme olgusu olduğunda bir işin işlem zamanı sıradaki pozisyonun bir fonksiyonu olarak azalır. Biskup (1999) ve Mosheiov (2001)'in çalışmalarında verildiği gibi j işinin i makinasındaki gerçekleşen işlem zamanı eğer r . pozisyonda çizelgelenmiş ise $p_{jir} = p_{ji} r^a$ olarak verilir ($j, r = 1, 2, \dots, n$; $i = 1, 2$). Burada $a \leq 0$ olan sabit bir öğrenme indeksidir. İncelenen amaç, toplam tamamlanma zamanı ve maksimum tamamlanma zamanının ağırlıklı toplamının enküçüklenmesidir. ÖE, öğrenme etkisini göstermekte olup bu çalışmada dikkate alınan problem; n işli m paralel makinalı çizelgelemede öğrenme etkili toplam tamamlanma zamanı ve maksimum tamamlanma zamanının ağırlıklı toplamının enküçüklenmesi problemidir. Bu problem; $P_m / \text{ÖE} / \alpha \sum C + \beta C_{\max}$ olarak ifade edilebilir (P_m paralel makina sayısını, ÖE öğrenme etkisi olduğunu ve $\alpha \sum C + \beta C_{\max}$ amaç fonksiyonunu göstermektedir (α

ve β ise toplam tamamlanma zamanı ve maksimum tamamlanma zamanı ağırlık katsayılarını göstermektedir. Geliştirilen modele ilişkin parametre ve değişken tanımları aşağıda verilmiştir.

Parametreler

| | | |
|-----------|---|-------------------------------------|
| n | iş sayısı | $j=1, 2, \dots, n$ |
| m | makina sayısı | $i=1, 2$ |
| α | toplam akış zamanı ağırlık değeri | $\alpha \geq 0$ |
| β | makisimum tamamlanma zamanı | $\beta \geq 0$ $\alpha + \beta = 1$ |
| p_{jir} | j işinin i . makinada r . pozisyondaki işlem zamanı | $j, r=1, 2, \dots, n$ |
| n_i | i . makinadaki iş sayısı | $\sum_{i=1}^m n_i = n$ |

Karar Değişkenleri

| | | | |
|-----------|---|-------------------|-----------------|
| X_{jir} | $\begin{cases} 1 & j. \text{ iş } i. \text{ makinada } r. \text{ pozisyona atanmışsa} \\ 0 & \text{dd} \end{cases}$ | $j, r=1,2,\dots,$ | $i=1,2,\dots,m$ |
|-----------|---|-------------------|-----------------|

Yardımcı Değişkenler

$$A_r \quad \text{birinci makinada } r. \text{ pozisyona atanan işin işlem zamanı} \quad A_r = \sum_{j=1}^n X_{j1r} p_{j1r} \quad r=1,2,\dots,n_i. \quad (1)$$

$$B_r \quad \text{ikinci makinada } r. \text{ pozisyona atanan işin işlem zamanı} \quad B_r = \sum_{j=1}^n X_{j2r} p_{j2r} \quad r=1,2,\dots,n_i. \quad (2)$$

$$C_{1r} \quad \text{birinci makinada } r. \text{ pozisyondaki işin tamamlanma zamanı,} \\ C_{1,1} \geq A_1 \text{ ve } C_{1r} \geq C_{1,r-1} + A_r \quad r=2,3,\dots,n_i. \quad (3)$$

$$C_{2r} \quad \text{ikinci makinada } r. \text{ pozisyondaki işin tamamlanma zamanı} \\ C_{2,1} \geq B_1 \text{ ve } C_{2r} \geq C_{2,r-1} + B_r \quad r=2,3,\dots,n_i. \quad (4)$$

$$C_{\max} \quad \text{maksimum tamamlanma zamanı} \quad C_{\max} \geq C_{ir} \quad i=1,2,\dots,m \quad r=1,2,\dots,n \quad (5)$$

Tamsayılı Programlama Modeli

Amaç fonksiyonu

$$\text{Min } Z = \alpha \sum_{r=1}^n C_{ir} + \beta C_{\max} \quad i=1, 2, \dots, m. \quad (6)$$

Kısıtlar:

$$\sum_{j=1}^n X_{ijr} = 1 \quad i=1, 2, \dots, m. \quad r=1, 2, \dots, n_i. \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^m \sum_{r=1}^{n_i} X_{ijr} = 1 \quad j=1, 2, \dots, n. \quad (8)$$

$$X_{ijr} = 0 \text{ veya } 1 \quad j=1, 2, \dots, n. \quad i=1, 2, \dots, m. \quad r=1, 2, \dots, n_i.$$

(1-5) nolu yardımcı değişken kısıtları

Modele Ait Örnek: Bir Problem Uygulaması

Paralel iki makinalı 20 işli işlerin işlem zamanları Tablo 1'de verilmiştir. Öğrenme oranı % 80 (bu oran için ilgili a sabiti $a=-0.322$) olarak alınmıştır. Farklı α ($\alpha = 0.00, 0.25, 0.50, 0.75, 1.00$) ve β değerlerine göre geliştirilen modelin çözümlerini inceleyelim.

Tablo 1. Örnek verileri

| | | | | | | | | | | |
|-------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| iş | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| p_i | 57 | 1 | 33 | 51 | 39 | 59 | 7 | 86 | 12 | 22 |
| iş | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| p_i | 17 | 91 | 16 | 52 | 83 | 6 | 32 | 16 | 48 | 21 |

Çözüm

Önerilen modelle problem formüle edilip çözüldüğünde farklı α ve β değerlerine göre çözüm sonuçları Tablo 2’de verilmiştir.

Tablo 2. Örnek problemin çözüm sonuçları

| $f(\sum C, C_{\max})$ | Amaç fonk. | (n_1, n_2) | Optimal sıra |
|-------------------------------|------------|--------------|---|
| $0.00 \sum C + 1.00 C_{\max}$ | 202.320 | (10,10) | M ₁ : 19-6-18-11-17-3-14-1-6-8 M ₂ : 2-7-13-20-10-5-19-4-15-12 |
| $0.25 \sum C + 0.75 C_{\max}$ | 540.110 | (11,9) | M ₁ : 2-7-18-13-20-17-5-19-1-6-12 M ₂ : 16-9-11-10-3-4-14-15-8 |
| $0.50 \sum C + 0.50 C_{\max}$ | 877.595 | (11,9) | M ₁ : 2-7-18-11-20-17-5-4-1-6-8 M ₂ : 16-9-13-10-3-19-14-15-12 |
| $0.75 \sum C + 0.25 C_{\max}$ | 1215.060 | (11,9) | M ₁ : 2-7-13-18-20-17-5-4-1-6-12 M ₂ : 16-9-11-10-3-19-14-15-8 |
| $1.00 \sum C + 0.00 C_{\max}$ | 1550.450 | (11,9) | M ₁ : 2-7-13-18-20-17-5-4-1-15-12 M ₂ : 16-9-11-10-3-19-14-6-8 |

3. Sonuç ve Öneriler

Bu çalışmada iki ölçütlü paralel makinalı çizelgeleme problemlerinde öğrenme etkisi dikkate alınmıştır. Problemden toplam tamamlanma zamanı ve maksimum tamamlanma zamanının ağırlıklı toplamını enküçüklemek için tamsayı programlama modeli yaklaşımı geliştirilmiştir. Bundan sonraki çalışmalarda öğrenme etkisi dikkate alınarak diğer performans ölçütleri de incelenebilir.

Kaynaklar

- Biskup, D.**, Single-Machine Scheduling with Learning Considerations, *European Journal of Operational Research*, 115, 173-178, 1999.
- Cheng, T. C. E., and Wang, G.**, Single Machine Scheduling with Learning Effect Considerations, *Annals of Operations Research*, 98, 273-290, 2000.
- Eren, T., ve Güner, E.**, İşe-Bağımlı Öğrenme Etkili Çizelgeleme Problemlerinin Çözümü için Bir Matematiksel Model, *Teknoloji Dergisi*, 5 (3-4), 121-127, 2002.
- Eren, T., ve Güner, E.**, Akış tipi çizelgeleme problemlerinde işe-bağımlı öğrenme etkisi, *K.H.O. Savunma Bilimleri Dergisi*, 2 (2), 1-11, 2003.
- Eren, T., ve Güner, E.**, Öğrenme etkili akış tipi çizelgeleme probleminde ortalama akış zamanının enküçüklenmesi, *Gazi Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi*, (Basımda), 2004.
- Mosheiov, G.**, Scheduling Problems with Learning Effect, *European Journal of Operational Research*, 132, 687-693, 2001a.
- Mosheiov, G.**, Parallel Machine Scheduling with Learning Effect, *Journal of The Operational Research Society*, 52, 1165-1169, 2001B.
- Mosheiov, G., and Sidney, J. B.**, Scheduling with General Job-Dependent Learning Curves, *European Journal of Operational Research*, 147, 665-670, 2003.
- Nadler, G., and Smith, W. D.**, Manufacturing Progress Functions for Types of Processes, *International Journal of Production Research*, 2, 115-135, 1963.
- Yelle, L. E.**, The Learning Curve: Historical Review and Comprehensive Survey, *Decision Science*, 10, 302-328, 1979.