

## ÇOK AMAÇLI HÜCRESEL TASARIM İÇİN BULANIK DOGRUSAL PROGRAMLAMA (BDP) YAKLAŞIMI

Feyzan Arıkan, Zülal Güngör

Endüstri Mühendisliği Bölümü, Gazi Üniversitesi, 06570 Maltepe, Ankara

**Özet:** Bu çalışmada hücresel imalat sistemlerinin tasarımı (HİS) için yeni bir çok amaçlı bulanık matematiksel model önerilmiştir. Önerilen model; gerçekçi bir modelleme ve uygulanabilir sonuçlar elde etmek amacıyla hücresel formasyon ve harici eleman problemlerini beraberce ele almakta ve bulanık ortamda incelemektedir. Modelde yer alan amaç fonksiyonları, harici eleman eliminasyon maliyetlerinin ve hücre dışı operasyon miktarının minimizasyonu ve faydalı makine kapasitesinin minimizasyonudur. Modeldeki bulanıklık kaynağı, amaç fonksiyonlarına atanan hedef değerlerdir. Model, BDP kullanılarak çözümlenmiştir. Sayısal analizler için literatürden adapte edilen bir veri seti kullanılmıştır.

**Anahtar Kelimeler:** Çok Amaçlı Hücresel İmalat, Bulanık Doğrusal Programlama, Hücresel Formasyon, Harici Elemanlar

## FUZZY LINEAR PROGRAMMING (FLP) APPROACH TO MULTIPLE OBJECTIVE CELL DESIGN

**Abstract:** This paper introduces a new fuzzy multiple objective mathematical programming model for the cellular manufacturing system (CMS) design. The aim of the proposed model is to handle cell formation and exceptional elements' problems simultaneously in fuzzy environment to have realistic modelling and implemental results. The fuzziness stems from the aspiration levels attained to the objective functions which are minimization of exceptional elements' elimination cost and total number of outer cell operations and maximization of utilized machine capacity. The model is solved by using the FLP approach. To illustration, a data set is adapted from the literature and computational results are presented.

**Keywords:** Multiple Objective Cellular Manufacturing, Fuzzy Linear Programming, Cell Formation and Exceptional Elements

### 1. Giriş

HİS tasarımı problemi, bir gerçek yaşam problemi olarak hem bulanık hem de çok amaçlı bir yapıya sahiptir. HİS'inde birden çok amacı dikkate alan çalışmalara 1990'lardan bu yana oldukça artan bir ilgi olmuştur. Literatürde yaygın olarak kullanılan amaç fonksiyonu yapıları, hücrelerarası hareket miktarının minimizasyonu parça ve/veya makina benzerliklerinin maksimizasyonu, hücre iş yüklerindeki dengesizliğin minimizasyonu, harici eleman sayısının minimizasyonu olarak özetlenebilir. Literatürde, bulanık hücresel imalat problemi ile ilgili çalışmalar (Masnata, A and Settineri (1997), Güngör and Arıkan (2000)), 1990'lardan bu yana görülmeye başlansa da, problemin birden çok amacı yanısıra bulanık yapısını dikkate alan tek matematiksel programlama çalışması Shanker ve Vrat'a (1999) aittir. Fakat çalışma; sadece kümeleme sonrası aşamayı dikkate alarak, mevcut bir hücresel formasyonu varsaymıştır.

### 2. Önerilen Model

Önerilen model, önceki çalışmamızdan (Arıkan and Güngör, (2004)) ilham alınarak geliştirilmiştir. Modelde, diğer çalışmamızdan (Arıkan and Güngör (2003)) farklı olarak, sadece amaçlara atanan hedef değerlerin bulanıklığı dikkate alınmıştır. Modelde karar verici ve/veya analistin amaçları eşzamanlı optimize etmek istediği varsayılmıştır.  $i$ : Makina indisi,  $j$ : Parça indisi,  $k$ : Hücre indisi olmak üzere, bulanık amaçlar  $\sim$  ile gösterilmiştir. Notasyonlar aşağıda verilmiştir:

- $X_{ik}$  : Şayet  $i$  makinası  $k$  hücrelerine atanmışsa 1, diğer durumda 0.  
 $Y_{jk}$  : Şayet  $j$  parçası  $k$  hücrelerine atanmışsa 1, diğer durumda 0.  
 $U_{ijk}$  : Şayet  $X_{ik}=1$  ve  $Y_{jk}=0$  ise 1, diğer durumda 0.  
 $V_{ijk}$  : Şayet  $Y_{jk}=1$  ve  $X_{ik}=0$  ise 1, diğer durumda 0.  
 $Z_{ijk}$  :  $k$  hücresi içerisinde  $i$  makinasından olmaması durumunda transferi yapılan  $j$  parça sayısı.  
 $O_{ijk}$  :  $i$  makinasının  $k$  hücresinde ulaşılabilir olmaması sebebiyle fason imalat yapılan  $j$  parça miktarı  
 $R_{ik}$  :  $k$  hücrelerine satın alınacak  $i$  makina sayısı (tamsayı)  
 $Q_i$  : Bir makina hücresinde ilgili parçaları işlemek için gereken  $i$  makina sayısı (tamsayı)

$M_{ijk}$  : j parçasının üretimi için k hücresinde ihtiyaç duyulan i makinası sayısı  
 $a_{ij}$  : Şayet j parçasının işlenmesi için i makinası gerekiyorsa 1, diğer durumda 0

Model parametreleri sırasıyla  $A_i$ , i makinasını satın alma maliyeti;  $C_i$ , i makinasının periyodik kapasitesi;  $D_j$ , j parçasına olan periyodik tahmini talep;  $I_j$ , j parçasını iki hücre arasında taşıma maliyeti; NM ve MM, her bir hücre içerisinde yer almasına izin verilen makina tiplerinin min. ve maks. Miktarı; NP, her bir hücre içerisinde yer almasına izin verilen parça tiplerinin minimum miktarı;  $P_{ij}$ , j parçasını i makinasında üretebilmek için gerekli işlem zamanı;  $S_j$ , bir operasyon için j parçasının birim fason imalat maliyeti.; SP,  $a_{ij}=1$  olan (i,j) çiftlerinin kümesi;  $UC_{ij}$ , j parçası için i makinasının kullanılan kapasitesi ( $P_{ij} D_j / C_i$ ) olarak tanımlanmıştır. Matematiksel model aşağıda verilmiştir:

$$\text{Min } \tilde{f}_1 \sum_k \sum_i A_i R_{ik} + \sum_k \sum_{(i,j) \in SP} I_j Z_{ijk} + \sum_k \sum_{(i,j) \in SP} S_j O_{ijk} \quad (1)$$

$$\text{Max } \tilde{f}_2 \sum_{ij \in SP} P_{ij} D_j (1 - \sum_k U_{ijk}) \quad (2)$$

$$\text{Min } \tilde{f}_3 \sum_{ij \in SP} (D_j - D_j (1 - \sum_k U_{ijk})) \quad (3)$$

$$\sum_{k=1}^c X_{ik} = 1 \quad \forall i \quad (4)$$

$$\sum_{k=1}^c Y_{jk} = 1 \quad \forall j \quad (5)$$

$$NM \leq \sum_{k=1}^m X_{ik} \leq MM \quad \forall k \quad (6)$$

$$\sum_{j=1}^n Y_{jk} \geq NP \quad \forall k \quad (7)$$

$$X_{ik} - Y_{jk} + U_{ijk} - V_{ijk} = 0 \quad \forall (i,j) \in SP, \quad \forall k \quad (8)$$

$$U_{ijk} + V_{ijk} \leq 1 \quad \forall ij \in SP, \forall k \quad (9)$$

$$Z_{ijk} + O_{ijk} + (C_i M_{ijk} / P_{ij}) = D_j V_{ijk} \quad \forall (i,j) \in SP, \forall k \quad (10)$$

$$\sum_{(i,j) \in SP} M_{ijk} \leq R_{ik} \quad \forall i, \quad \forall k \quad (11)$$

$$Q_i \leq \sum_{(i,j) \in SP} UC_{ij} \left( 1 - \sum_k U_{ijk} \right) + 1 \quad \forall i \quad (12)$$

$$\sum_k \sum_{(i,j) \in SP} P_{ij} Z_{ijk} / C_i \leq Q_i - \sum_{(i,j) \in SP} UC_{ij} \left( 1 - \sum_k U_{ijk} \right) \quad \forall j \quad (13)$$

Birinci amaç fonksiyonu (1), üç farklı harici eleman eliminasyon maliyeti toplamını minimize etmektedir. (2) nolu amaç fonksiyonu, faydalı makina kapasitesini maksimize eder. Üçüncü amaç fonksiyonu (3), hücre dışında gerçekleşen hareket miktarını işlem düzeyinde minimize eder. (4) ve (5) nolu kısıt, her bir makina ve parçanın yalnızca bir hücreye atanmasını garantiler. (6) nolu kısıt, her bir hücreye NM'den az ve MM'den fazla makina atanmasını önler. Kısıt (7), bir hücrede yer alması istenen minimum parça sayısını ifade eder. Kısıt (8) harici elemanın ya bir darboğaz makina ya da bir harici parça olmasını garantiler. Kısıt (9), bir harici elemanın aynı anda hem darboğaz makina hem de harici parça olarak ifade edilmesini engeller. Kısıt (10) ile, k hücresine atanmış fakat atandığı hücrede işlenmesi için gerekli i makinası bulunmayan j parçasının talebi, üç alternatif yöntemin karışımı ile karşılanacaktır. Kısıt (11), k hücresi için satın alınmasına karar verilen i darboğaz makina sayısının tamsayı olarak belirlenmesini sağlar. Kısıt (12), yalnızca hücre içerisinde gerekli makina miktarlarını hesaplar ve, bir makina ve parça bir hücreye atanmış ise ilgili hücre içerisinde atanan makinadan en az bir adet olmasını garantiler. (13) nolu kısıt, hücreler arası transfer miktarının ulaşılabilir kapasite miktarını aşmasını önler. Bunlara ilaveten  $X_{ik}$ ,  $Y_{jk}$ ,  $U_{ijk}$ ,  $V_{ijk}$  0-1 tamsayı ve  $R_{ik}$ ,  $Q_i$  ise tamsayı değişken kısıtlardır.

### 3. Bulanık Doğrusal Programlama (BDP) Modeli

Modelde bulanıklığın kaynağı amaçlara atanan bulanık hedef değerlerdir. Çalışma teorik olduğundan, hedef değerler ideal çözümler yardımıyla bulunmuştur. Modelin çözümü için literatürden adapte edilen veri kümesi (Shafer et al. (1992)) kullanılmıştır. BDP modeli optcr=0.3 kısıtı altında GAMS kullanılarak çözümlenmiştir. Modelin ideal çözümleri ve BDP modeline ait çözüm özetleri Tablo 1’de verilmiştir.  $i=1,2,3$  için  $\mu_i$ , her bir amaca ait doğrusal sürekli üyelik fonksiyonları ve  $z_i$ , amaç fonksiyonlarının alabileceği değerler;  $\lambda$ , her bir üyelik fonksiyonuna atanan indis ve X çözüm uzayını ifade etmek üzere model aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned} \text{Max } & \lambda \\ \text{St. } & \lambda \leq (788150 - z_1) / 398300 \\ & \lambda \leq (z_2 - 2119800) / 191400 \\ & \lambda \leq (328600 - z_3) / 92600 \\ & x \in X \\ & x, \lambda \geq 0 \\ & \lambda \leq 1 \end{aligned}$$

Tablo 1. İdeal Çözümler ve Bulanık Doğrusal Programlama Modeli Çözüm Özetleri

	İdeal Çözüm Özetleri			BDP modeli
Model İsmi	HA5A	HA5AZ2	HA5AZ3	HA5AFF
Amaç Fonksiyonu	Min $f_1$	Max $f_2$	Min $f_3$	Max $\lambda$
Amaç fonk. değeri	389 850	2 311 200	236 000	0.7162
Harici El. Sayısı	11	9	8	9
$Z_{ijk}$	ZZ <sub>113</sub> =4892 ZZ <sub>693</sub> = 3339	ZZ <sub>821</sub> =22426 ZZ <sub>9101</sub> = 25600	ZZ <sub>482</sub> =48200 ZZ <sub>753</sub> =19600	-
$O_{ijk}$	-	O <sub>461</sub> =18800, O <sub>611</sub> = 38000 O <sub>772</sub> =47900 O <sub>821</sub> =11975	O <sub>1102</sub> =25600, O <sub>243</sub> =13400 O <sub>263</sub> =18800 , O <sub>611</sub> =38000 O <sub>821</sub> =34400	O <sub>416</sub> =15546 O <sub>773</sub> =4628, O <sub>821</sub> =6200
$R_{ik}$	R <sub>13</sub> = R <sub>12</sub> = R <sub>63</sub> = R <sub>71</sub> =1 R <sub>43</sub> =2	R <sub>41</sub> = R <sub>71</sub> = R <sub>82</sub> =1	R <sub>41</sub> =1	R <sub>12</sub> =R <sub>41</sub> =R <sub>61</sub> =R <sub>73</sub> =R <sub>81</sub> =R <sub>83</sub> = R <sub>92</sub> =1
$Q_i, i=1,2,\dots,9$	1,3,3,1,1,1,2,3,2	2,4,3,2,1,2,2,2,2	2,3,3,2,1,2,3,2,2	2,4,3,2,1,2,3,2,2
$z_1$	389 850	788 150	767 500	502890 ( $\mu_1=0.7162$ )
$z_2$	2 119 800	2 311 200	2 182 100	2256900 ( $\mu_2=0.7163$ )
$z_3$	328 600	259 000	236 000	259000 ( $\mu_3=0.7516$ )

### 4. Sonuç ve Geleceğe Yönelik Çalışmalar

Bu çalışmada, hüresel imalat sistemlerinin tasarımı için çok amaçlı bulanık bir matematiksel programlama modeli önerilmiş ve model bulanık doğrusal programlama yaklaşımı ile çözümlenmiştir. Bulanıklık ve çok amaçlı model yapısı, problemin gerçekçi ifadesi için iki önemli özelliktir. BDP, eş zamanlı optimizasyon için faydalı sonuçlar sağlamaktadır. Geleceğe yönelik olarak modelin ağırlıklı ve/veya öncelikli bulanık programlama çözümlerinin incelenmesi planlanmaktadır.

### Kaynaklar

- Arıkan F and Güngör Z**, “A fuzzy parametric programming model for the design of cellular manufacturing systems, *Journal of Intelligent Manufacturing*, 2004 (in evaluation).
- Arıkan, F and Güngör, Z**, “Modelling of a manufacturing cell formation problem with fuzzy multi-objective programming”, 3<sup>rd</sup>. *Int. Adv. Tech. Symposium*, Gazi Univ., Ankara, Turkey, Aug. 18-20, 2003.
- Güngör, Z and Arıkan, F**, Application of fuzzy decision making in part machine grouping, *Int. J. of Prod. Econ.*, 63, 181-193, 2000.
- Masnata, A and Settineri, I**, An application of fuzzy clustering to cellular manufacturing, *Int. J. of Prod. Res.*, 35(4), 1077-1094, 1997.
- Shafer, S, Kern, G, and Wei, J**, A mathematical programming approach for dealing with exceptional elements in cellular manufacturing, *Int. J. of Prod. Res.*, 30(5), 1029-1036, 1992.
- Shanker, R, and Vrat, P**, Some design issues in cellular manufacturing using the fuzzy programming approach, *Int. J. of Prod. Res.*, 37(11), 2545-2563, 1999.